32. Die archetypischen Fälle von konservativen Doppelsternentwicklungen

Wollen die Grundzüge der Entwicklung enger Doppelsterne anhand einer Reihe von exemplarischen numerischen Simulationen kennen lernen.

▶ Voraussetzungen der Rechnungen:

a) es wird nur die Entwicklung des Primärsterns wirklich gerechnet
b) die Sternmodelle sind sphärisch symmetrisch
c) $M_1 + M_2 = \text{const.}$, $J_{Bahn} = G^{1/2} M_1 M_2 (M_1+M_2)^{-1/2} A^{1/2} = \text{const.}$
→ konservative Entwicklung
d) Die Bahn ist (und bleibt) kreisförmig
e) Die Massentransferrate $\dot{M}$ wird so bestimmt, dass während der Massentransferphase $R_1 = R_{1,R}$. Ist $R_1 < R_{1,R}$, so ist $\dot{M} = 0$.

32.1. Entwicklung nach Fall A

also Beginn des Massentransfers während des zentralen Wasserstoffbrennens

a) Ein Beispiel: $M_1 = 9 M_\odot$, $M_2 = 5 M_\odot$, $A_0 = 13.2 R_\odot$
(→ R. Kippenhahn, A. Weigert: 1967, Zeitschr. f. Astrophys. 65, 251)

Verlauf der Entwicklung

bis Punkt a : normale Entwicklung mit $M_{1,2} = \text{const.}$, Dauer $12.5\, 10^6 a$

bei Punkt a : $R_1 = R_{1,R}$; $X_C = 0.259$,
da $q = M_1/M_2 = 1.8 > q_{krit}$: System ist thermisch instabil gegen Massentransfer
→ Beginn des Massentransfers, schneller Massenverlust mit $\tau_M = -M/\dot{M} \approx \tau_{KH}$, Dauer $\sim 6\, 10^4 a$

bis Punkt a′ , dort $R_1 = R_{1,R}$ minimal ($q = 0.79$, $M_1 = 6.18 M_\odot$, $M_2 = 7.82 M_\odot$)

ab Punkt a′ bis b : Verlangsamung des Massentransfers, da $\dot{R}_{1,R} > 0$

bei Punkt b : System stabil gegen Massenverlust, d.h. $R_{1,R} = R_{1,e}$
$M_1 = 3.73 M_\odot$, $M_2 = 10.27 M_\odot$, $q = 0.363$

INNERER AUFBAU UND ENTWICKLUNG VON STERNEN

Entwicklung in engen Doppelsternsystemen

A) Konservative Entwicklung nach Fall A eines Systems von 9 $M_\odot$ und 5 $M_\odot$

Nach R. Kippenhahn und A. Weigert : 1967, Zeitschr. für Astrophys. 65, 251, sowie P. Giannone, K. Kohl und A. Weigert : 1968, Zeitschr. für Astrophys. 68,107.

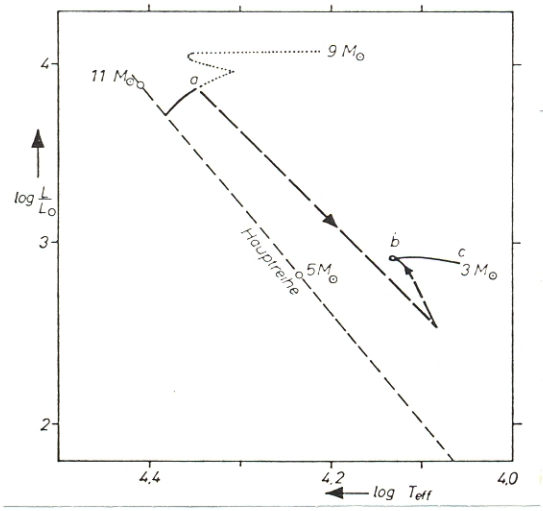


Abb. 2. Der Entwicklungsweg im Fall A. Der Stern beginnt mit 9 $M_\odot$ auf der Hauptreihe, bewegt sich nach rechts und erreicht bei (*a*) sein kritisches Volumen. Ohne Massenverlust würde er sich längs der punktierten Linie bewegen. Statt dessen beginnt sein rascher Massenverlust, und er wandert längs der gestrichelten Geraden, bis bei (*b*) der rasche Massenverlust aufhört und eine Phase langsamen Massenverlustes einsetzt. Der zweite Stern hatte ursprünglich 5 $M_\odot$ und hat gegen Ende 11 $M_\odot$. Er hat sich längs der Hauptreihe nach oben bewegt.

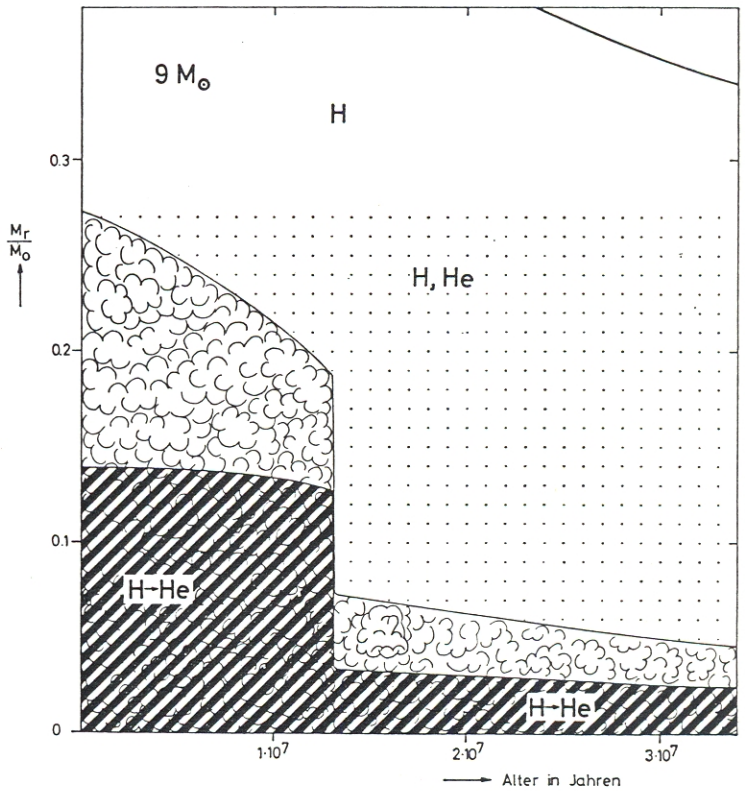


Abb. 3. Zeitliche Veränderungen im Sterninnern bei Fall *A*. Die Ordinate ist M_r/M_0, wo $M_0 = 9\,M_\odot$ die Masse des Sterns auf der Hauptreihe ist. Ein Materieelement liegt also während der ganzen Zeit auf einer horizontalen Geraden. „Wolkige" Gebiete entsprechen Konvektionszonen. Das Gebiet, in dem die nukleare Energieerzeugung 10^3 erg g^{-1} sec^{-1} übersteigt, ist dick schraffiert. Punktiert ist das Gebiet nach innen wachsenden Molekulargewichts (als Grenze ist die Stelle gewählt, bei der sich der Wasserstoffgehalt X um 0.01 von der Anfangschemie unterscheidet). In dieser Darstellung ist die Oberfläche des Sterns wegen des Massenverlustes keine Gerade. Sie ist durch das dicke Kurvenstück rechts oben gegeben.

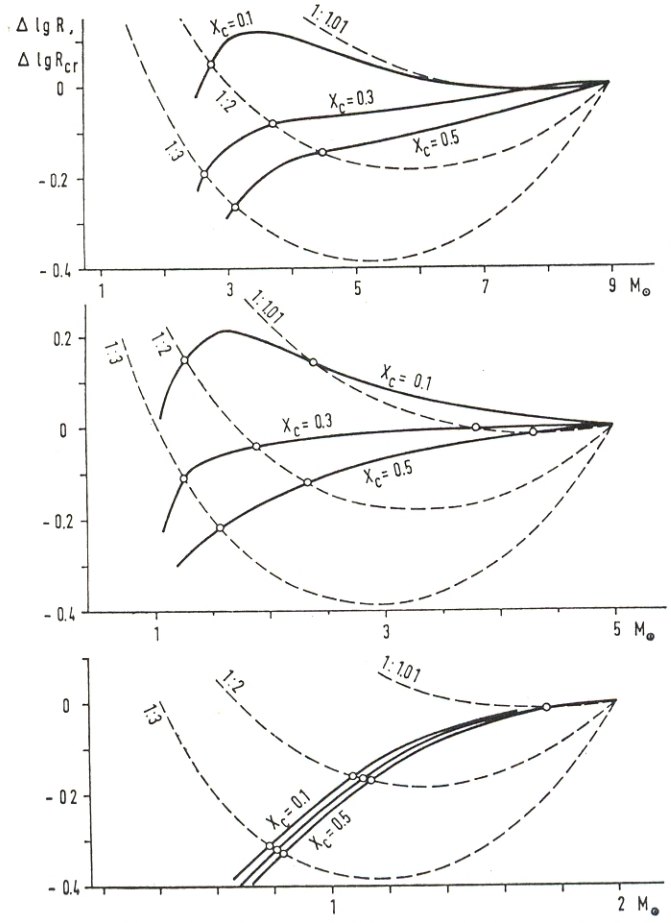


Fig. 6. End of rapid mass loss in case *A*, for three initial masses (9, 5 and 2 $M_\odot$) of the originally more massive component, for three initial mass ratios (1:1.01, 1:2 and 1:3) and for three initial separation of the components (corresponding to mass loss starting when the central hydrogen content is already down to $X_c = 0.5$, 0.3 and 0.1 respectively). Solid curves ($\Delta \lg R$): Plotted over M are the radii R of possible thermally adjusted remnants of the initially more massive component, selected from the sequences in Fig. 2 by the conditions q_0 = const. and X_c = const. Dashed curves ($\Delta \lg R_{cr}$): Plotted over M (mass of the originally more massive component) are the radii R_{cr} of the critical Roche volume of this star. Conservation of total mass and total angular momentum of the system is assumed here. The zero points of $\lg R$ and of $\lg R_{cr}$ are chosen arbitrarily such that for all X_c values $R = R_{cr}$ at $M = M^\circ$ (beginning of rapid mass loss). The rapid mass loss stops for a given case at the intersection of the corresponding solid and dashed curves (open circles)

ab Punkt b : nukleare Entwicklung → $\dot{R}_1 > 0$ → weiterer Massentransfer mit $-M/\dot{M} \sim \tau_n$, $-\dot{M}_1 \approx 4\,10^{-8}\,M_\odot/a$ während $\sim 18\,10^6\,a$

bis Punkt c , wo $X_c \approx 0$ → $\dot{R}_1 < 0$ → Ende des Massentransfers (und der Rechnung), wobei $M_1 = 3.02\,M_\odot$, $M_2 = 11.98\,M_\odot$

Wichtig:

▶ zwischen b und c : Primärstern, $M_1 \approx 3M_\odot$, steht rechts der HR, ist überleuchtkräftig, d.h. merklich entwickelt (künstl. gealtert durch Massenverlust)
Sekundärstern, $M_2 \approx 11\,M_\odot > M_1$, steht auf der HR, d.h. ist praktisch unentwickelt

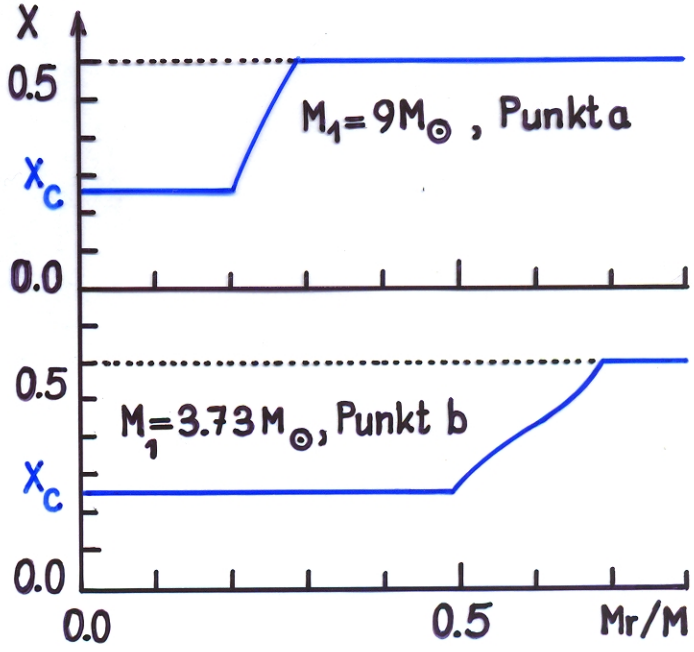
⇨ Erklärung für das Algol-Paradoxon

: $M_2 \approx 11\,M_\odot$ → stark verkürzte nukleare Zeitskala
$\tau_n \approx 10^{10}\,a\,(M_2/M_\odot)^{-2.5} \approx 30\,10^6\,a$, von der gleichen Grössenordnung wie die Dauer von b nach c
→ Sekundärstern entwickelt sich schneller als M_1
→ Entwicklung in Kontakt nach Punkt c !

b) Allgemeine Bemerkungen zum Fall A:

▶ Schneller Massenverlust (von a nach b) geht so schnell (mit τ_{KH}), dass die nukleare Entwicklung (mit τ_n) während dieser Phase unbedeutend ist (da $\tau_n \gg \tau_{KH}$)

→ Massenverlust mit festem $X(M_r)$. → M_c/M nimmt zu.

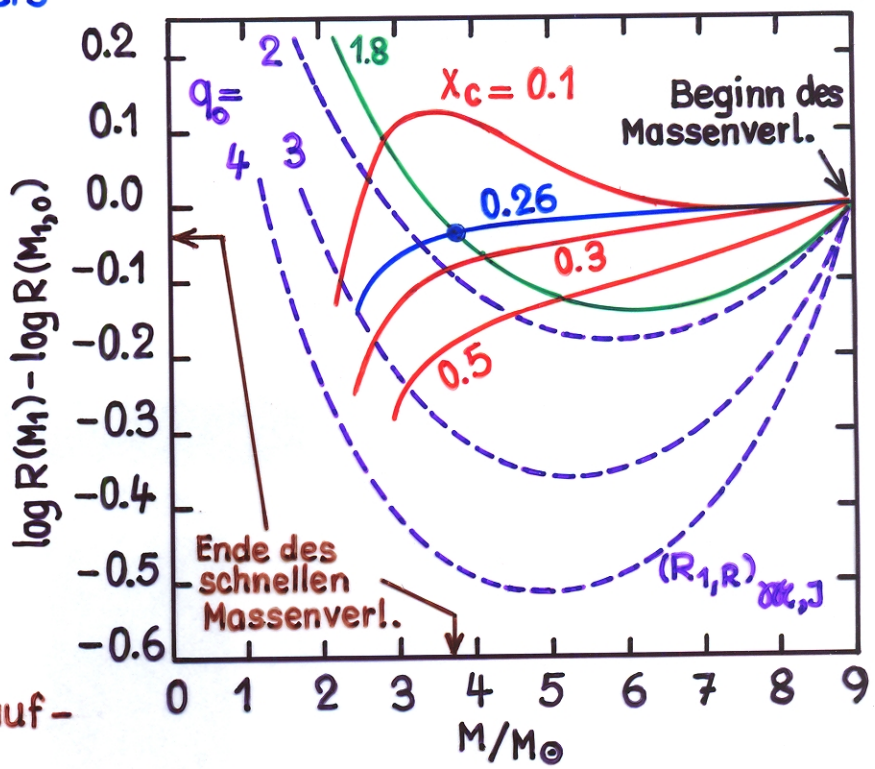


→ Man kann mit Hilfe der verallg. Hauptreihen (→ Abschnitt 26) Voraussagen machen, wie gross der Massenverlust des Primärsterns in der schnellen Phase des Massentransfers ist.

→ Voraussage für die Struktur des Primärsters zu Beginn der langsamen Phase des Massentransfers

Vergleichen $\left(\frac{R_{1,R}(M_1)}{R_{1,R}(M_{1,0})}\right)_{\mathfrak{M},J}$

mit dem Gleichgewichtsradius von Modellen mit gleichem $X(M_r)$ aber $M_1 < M_{1,0}$ als Funktion von M_1



Für $M_{1,0} = 9 M_\odot$, $q_0 = 1.8$ und X_c ist der Punkt, wo der schnelle Massentransfer aufhört hervorgehoben (•)

Auf analoge Weise bestimmt sich der Endpunkt für andere Paare von (q_0, X_c)

<u>allgemeine Folgerungen über den schnellen Massentransfer bei Fall A:</u>

1.) je grösser $q_0 = M_{1,0}/M_{2,0}$ desto grösser der Massenverlust

2.) bei festem q_0 ist der Massenverlust umso grösser, je kleiner X_c, d.h. je weiter der Primärstern vor dem Massenverlust entwickelt ist.

3.) je grösser der Massenverlust des Primärsterns, desto stärker weicht er in seinen Eigenschaften von denen eines normal entwickelten Sterns gleicher Masse und gleichen Alters ab.

4.) Systeme mit grossem q_0 schrumpfen während der schnellen Massentransferphase sehr stark, unter Umständen so stark, dass $R_{2,R} < R_2$ wird und ein Kontaktsystem entsteht

32.2. Entwicklung nach Fall B, $M_1 \gtrsim 2.5 M_\odot$

also Beginn des Massentransfers nach dem zentralen Wasserstoff-brennen, aber noch vor dem Beginn des zentralen Helium-Brennens

a) Ein Beispiel: $M_1 = 9 M_\odot$, $M_2 = 3.13 M_\odot$, $A_0 = 29.5 R_\odot$
(→ R. Kippenhahn, A. Weigert: 1967, Zeitschr. f. Astrophysik 65, 251)

Verlauf der Entwicklung

bis Punkt a : normale Entwicklung mit $M_{1,2} = \text{const.}$

bei Punkt a : $R_1 = R_{1,R}$, System mit $q = M_1/M_2 = 2.88$ ist thermisch instabil gegen Massentransfer

▶ Struktur des Primärsterns: Helium-Kern, $M_{He} > M_{SC}$
→ Kern kontrahiert, (um das He-Brennen einzuleiten), Hülle expandiert, nukleares Brennen in der H-Schalenquelle (Struktur ist ganz anders als im vorherigen Beispiel zu Fall A).

Beginn des Massentransfers

von Punkt a-b : schneller Massentransfer, Dauer ca. $4 10^4 a$, Massenverlust $\Delta M \approx 7 M_\odot$

bei Punkt b : Beginn des zentralen Helium-Brennens → Stern kontrahiert mit $L \approx \text{const.}$ (Hauptbeitrag von der H-Schalenquelle)
→ Ende des Massentransfers, Massenverhältnis hat sich etwa umgekehrt: $M_1 = 2.016 M_\odot$, $M_2 = 10.114 M_\odot$

▶ Der Primärstern hat praktisch die ganze H-reiche Hülle verloren und besteht nun praktisch nur noch aus He. H-Schalenquelle bei $M_r/M \approx 0.92$, Oberflächenzusammensetzung: stark mit He angereichert

von Punkt b-c : Entwicklung zu höherem T_{eff} (wegen abnehmender Hüllenmasse → verallg. HR), Dauer $\sim 3 10^5 a$

ab Punkt c : voll entwickeltes zentr. He-Brennen mit H-Schalenquelle, die erlischt, sobald M_H zu klein → Helium-Stern mit extrem dünner, H-reicher Hülle, $X(M_r = M) = 0.23$

vorläufiges Endprodukt dieser Entwicklung:

- getrenntes System
- masseärmere Komponente : Helium-Stern , $M = 2.016\, M_\odot$
- massereichere Komponente : HR-Stern , $M = 10.114\, M_\odot$

weitere Entwicklung : ⟶ Fall BB (Abschnitt 32.5.)

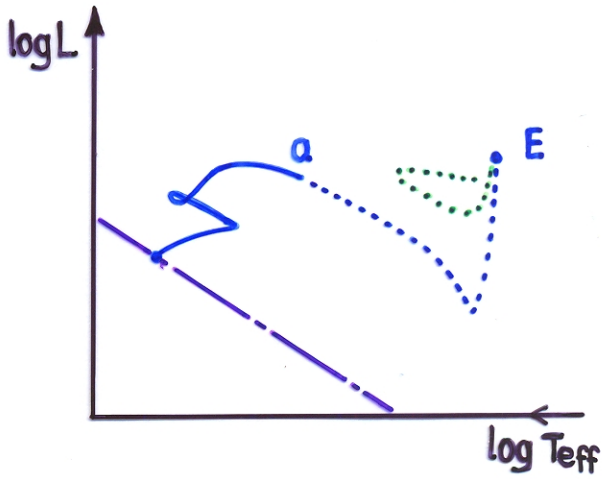
b) Allgemeine Bemerkungen zum "massereichen" Fall B

Wollen hier zwei Fragen behandeln:

b1) Warum gibt es in der obigen Entwicklung keine Phase mit langsamem Massentransfer ? Ist das eine allg. Eigenschaft von Fall B ?

b2) Welche Struktur hat der Primärstern nach dem Massenverlust ?

zu b1) :

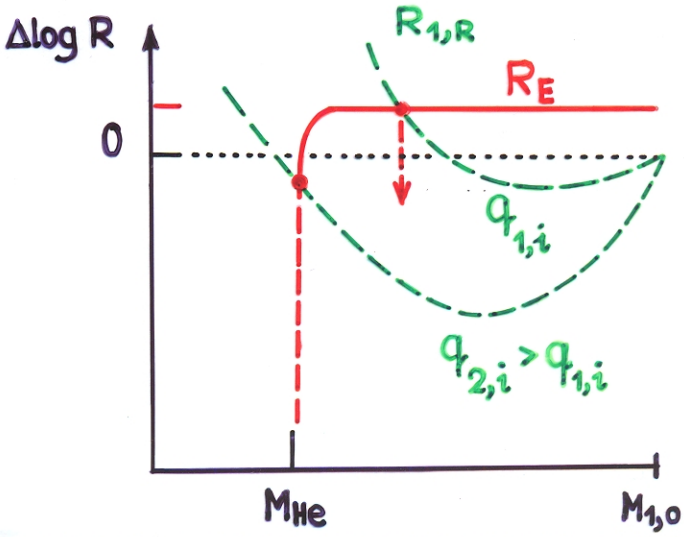


zu Beginn des Massenverlusts (Punkt a): Expansion der Hülle, Kontraktion des Kerns. Expansion, solange der Kern kontrahiert, d.h. bis zum Beginn des He-Brennens (Punkt E), danach R↓

nun sind 2 Fälle denkbar:

- Beginn des zentr. He-Brennens noch während des Massentransfers ⟶ Abbruch des Massentransfers (wie im obigen Beispiel)
  Wahrscheinlichkeit dafür ist nicht klein, da Zeitskala der Kontraktion ≈ Zeitskala für Expansion ≈ Zeitskala des Massentransfers

- Beendigung des Massentransfers durch praktisch vollst. Verlust der H-reichen Hülle noch vor Beginn des zentralen He-Brennens ⟶ H-Schalenquelle erlischt ⟶ Kontraktion bis zur Zündung des He-Brennens (wozu $M_{He} \gtrsim 0.35\, M_\odot$ erforderlich)



B) Konservative Entwicklung nach Fall B eines Systems von 9 $M_\odot$ & 3.13 $M_\odot$

Nach R. Kippenhahn und A. Weigert : 1967, Zeitschr. für Astrophys. 65, 251, sowie P. Giannone, K. Kohl und A. Weigert : 1968, Zeitschr. für Astrophys. 68, 107.

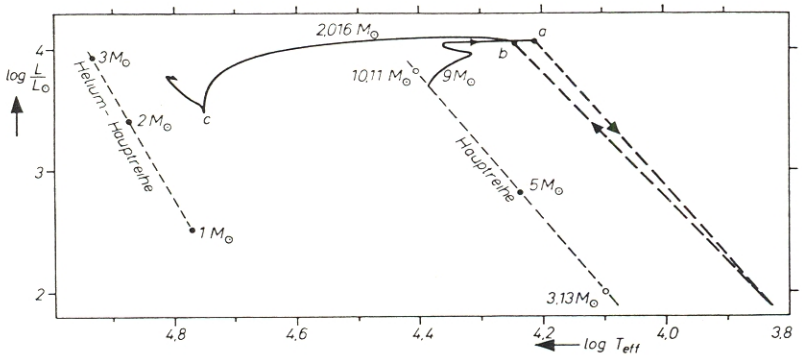


Abb. 4. Der Entwicklungsweg im Fall B. Der Massenverlust beginnt bei (*a*) und endet bei (*b*). Bei (*c*) ist eine Phase ruhigen Heliumbrennens mit anschließendem Erschöpfen des zentralen Heliums. Der zweite Stern bewegt sich während des Massenverlustes längs der Hauptreihe von 3.13 $M_\odot$ zum Punkt von 10.11 $M_\odot$

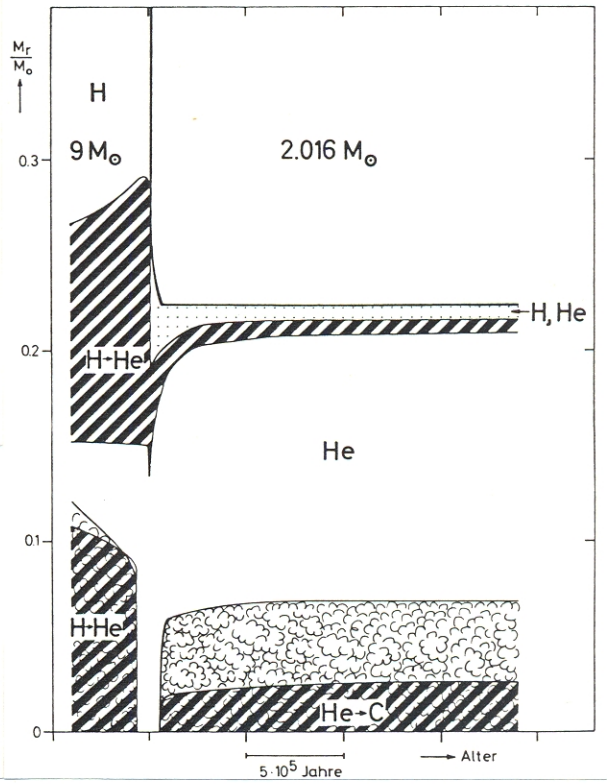


Abb. 5. Zeitliche Veränderungen im Sterninnern bei Fall B. Die Symbole sind die gleichen wie in Abb. 3. Die Darstellung beginnt links nicht auf der Hauptreihe, sondern wenn sich bereits eine Schalenquelle gebildet hat und der konvektive Kern abstirbt. Die Sternoberfläche kommt nahezu senkrecht von oben herab, was zeigt, daß der Massenverlust sehr rasch erfolgt. Erst gegen Ende wird er langsamer. Nach dem Ende des Massenverlustes, das mit dem Zünden des Heliums im Zentrum zeitlich zusammenfällt, ist die Oberfläche eine horizontale Gerade. Die Materie, welche jetzt die Oberflächenschicht bildet, war vorher bereits einige Zeit dem Wasserstoffbrennen ausgesetzt

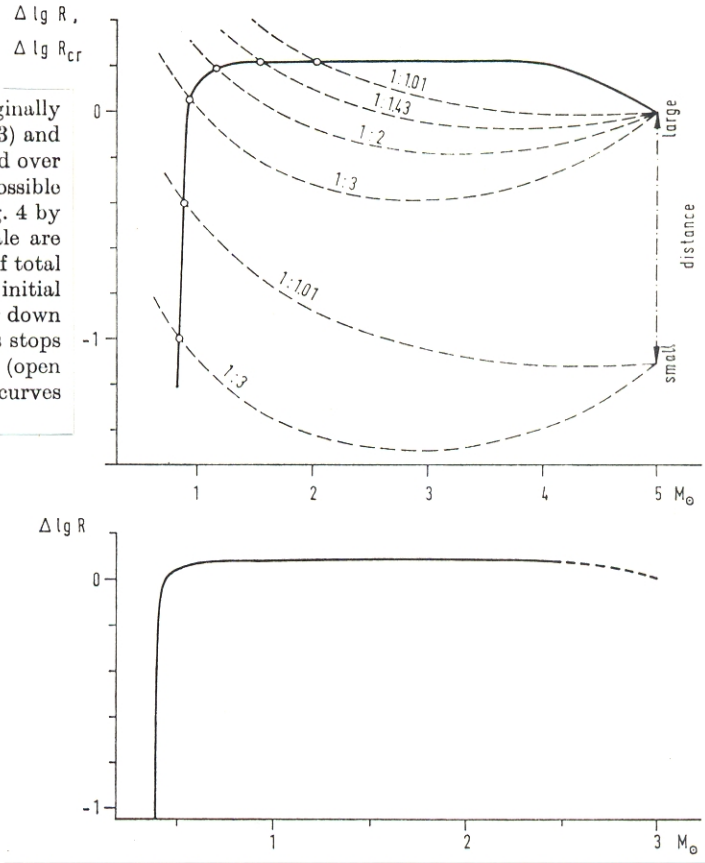


Fig. 7. End of mass loss in case *B* for two initial masses (5 and 3 $M_\odot$) of the originally more massive component, for different initial mass ratios (from 1:1.01 to 1:3) and for different initial distances of the components. Solid curves ($\Delta \lg R$): Plotted over the mass M of the originally more massive component are the radii R of possible thermally adjusted remnants of that star, selected from the sequences in Fig. 4 by the condition $q_0 \cdot M = \text{const}$. Dashed curves ($\Delta \lg R_{cr}$): Over the same scale are plotted the radii R_{cr} of the critical Roche volume of this star. Conservation of total mass and total angular momentum of the system is assumed. For different initial distances of the components, the R_{cr} curves have to be shifted parallel up or down (as indicated by arrows in the upper figure). For a given case, the mass loss stops at the intersection of the corresponding dashed curve and the solid curve (open circles). For the lower part of the diagram (initially 3 $M_\odot$), the dashed R_{cr} curves can be shifted parallel downwards from the upper part

▶ Antwort auf Frage b1): ∃ keine langsame Phase, weil es nach dem schnellen Massenverlust keine nukleare Entwicklung mit $\dot{R} > 0$ gibt.

- entweder Beginn des He-Brennens → $\dot{R} < 0$ → $\dot{M} = 0$
- oder totaler Verlust der Hülle → $\dot{R} < 0$

zu b2): Struktur des Primärsterns nach dem Massenverlust

ergibt sich aus den verallg. HR für Sterne mit zentr. He-Brennen (→ Abschnitt 26.2)

▶ Ende des Massenverlusts, sobald $R_{eq}(M_1, M_{He}) \leq R_{1,R}(M_1)$

→ Normalfall: Stern mit zentr. He-Brennen, H-reiche Hülle, H-Schalenquelle. Lage dieser Sterne im HRD durch verallg. HR gegeben → je geringer M_H desto höher T_{eff}

oder: (bei grossem $q_i = M_{1,i}/M_{2,i}$) ein nackter He-Kern mit zentr. He-Brennen und $M_{He} \gtrsim 0.35\,M_\odot$

▶ Notwendige Bedingung für den "massereichen" Fall B:

Kontraktion des He-Kerns darf nicht in die Entartung führen

→ $M_{He} \gtrsim 0.35\,M_\odot$ → $M_{1,i} \gtrsim 2.5\,M_\odot$

32.3 Entwicklung nach Fall B, $M_{1,i} \lesssim 2.5 M_\odot$

also Beginn des Massentransfers nach dem zentralen H-Brennen, aber noch vor dem Beginn des zentralen He-Brennens.

$M_{1,i} \lesssim 2.5 M_\odot$: → Kontraktion des Zentralgebiets → Entartung, Zündung des He-Brennens ist (vorerst) verhindert (→ Abschnitt 22.3. und 23.3.)

a) Ein Beispiel: $M_1 = 2M_\odot$, $M_2 = 1M_\odot$, $A_0 = 6.6 R_\odot$
(→ R. Kippenhahn, K. Kohl, A. Weigert : 1967, Zeitschr. f. Astrophys. 66,58)

Verlauf der Entwicklung

von Punkt A-D: normale Entwicklung mit $M_{1,2} = \text{const.}$, Dauer $= 5.696\ 10^8 a$

bei Punkt D : $R_1 = R_{1,R}$, System mit $q = M_1/M_2 = 2$ ist thermisch instabil gegen Massentransfer

▶ Struktur des Primärsterns : He-Kern mit $M_{He} = 0.226 M_\odot$, radiative, H-reiche Hülle, H-Schalenquelle
Beginn des Massentransfers

von Punkt D-E : schneller Massentransfer, Dauer $\sim 3\ 10^5 a$, Max $|\dot{M}| \approx 10^{-6} M_\odot/a$

von Punkt E-F : Minimaler Bahnabstand (bei $q=1$, $M_1 = M_2 = 1.5 M_\odot$), bzw. Min $(R_{1,R})$ bei $q \approx 0.79$, d.h. $M_1 \approx 1.32 M_\odot$, $M_2 \approx 1.68 M_\odot$ kurz vor Punkt F

ab Punkt F : Primärstern wird ein Riese : Zentralgebiet entartet, $M_c \approx 0.23 M_\odot$, Hülle wird konvektiv

von Punkt F-G : Entwicklung des Primärsterns entlang der HL mit $\dot{M}_c > 0$, $\dot{L} = L(M_c) \rightarrow \dot{L} > 0$, $\dot{R} > 0$, $\dot{M} < 0$; Massenverlust mit nuklearer Zeitskala

von Punkt G-I : Vorübergehender Unterbruch des Massentransfers, da $\dot{R} < 0$ von G-H (Ursache: Schalenquelle frisst sich durch eine chem. Diskontinuität)

C) Konservative Entwicklung nach Fall B eines Systems von 2 $M_\odot$ und 1 $M_\odot$

Nach R. Kippenhahn, K. Kohl und A. Weigert : 1967, Zeitschr. für Astrophys. 66, 58.

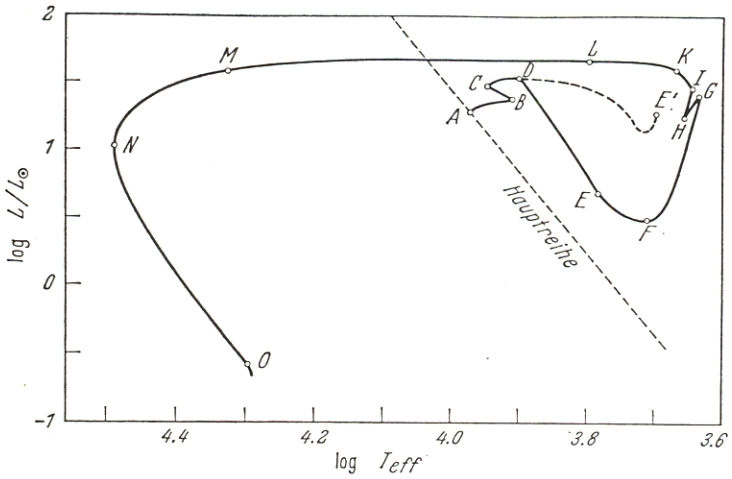


Abb. 1. Der Entwicklungsweg von Stern 1 im H—R-Diagramm. Er beginnt mit $M_1 = 2\,M_\odot$ auf der Hauptreihe bei Punkt A, bewegt sich nach rechts und füllt bei Punkt D erstmalig sein kritisches Volumen. Ohne Massenverlust würde sich der Stern längs der gestrichelten Kurve nach Punkt E' weiter entwickeln. Statt dessen erleidet Stern 1 ab Punkt D einen Massenverlust, der bis kurz vor Punkt F sehr schnell erfolgt und der sich anschließend bis Punkt G immer mehr verlangsamt. Der Massenverlust ist zwischen Punkt G und Punkt I unterbrochen und ab Punkt K endgültig vorbei. Es folgt dann eine Kontraktion bei konstanter Masse ins Gebiet der weißen Zwerge (Punkt O). Die zu den gekennzeichneten Punkten (A bis O) gehörigen Alterswerte entnehme man der Tabelle 1. Stern 2 bewegt sich während seines Massengewinnes längs der Hauptreihe aufwärts von 1.0 $M_\odot$ zum Punkt für 2.736 $M_\odot$

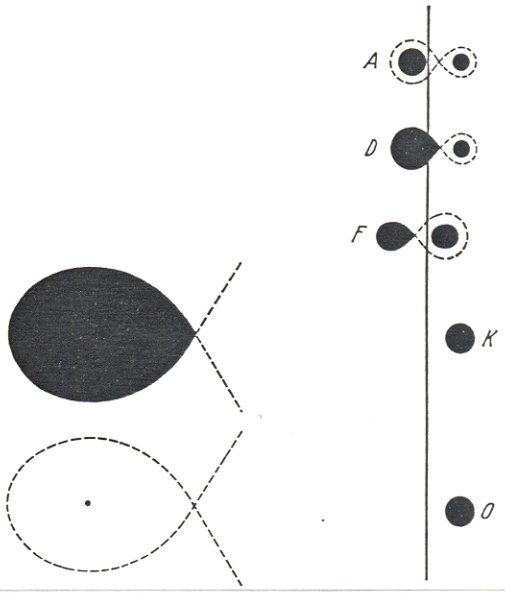


Abb. 3. Skizze des Doppelsternsystems zu einigen Zeitpunkten der Entwicklung. Gestrichelt gezeichnet ist der Schnitt durch die kritische Rochesche Potentialfläche, innerhalb derer die Potentialflächen für die beiden Komponenten noch völlig getrennt sind. Bei den Zeitpunkten K und O wurde diese Schnittlinie nur links gezeichnet, rechts aber aus Gründen der Platzersparnis weggelassen. Sie ist in diesen Fällen so groß, weil das Massenverhältnis und der Abstand der Komponenten sehr groß geworden sind. — Schwarz gezeichnet ist jeweils der Schnitt durch das Volumen, das von den Sternen eingenommen wird. Links ist immer der ursprüngliche Primärstern (Stern 1) gezeichnet. Zeitpunkt A gibt das Hauptreihenstadium. Zeitpunkt D gibt den ersten Kontakt von Stern 1 mit seiner kritischen Potentialfläche, also den Beginn seines Massenverlustes; Zeitpunkt K gibt den letzten Kontakt von Stern 1, also das Ende seines Massenverlustes. Als weißer Zwerg (Zeitpunkt O) ist Stern 1 in diesem Bild nur noch ein Punkt. — Die durchgehende senkrechte Gerade stellt die durch den Schwerpunkt des Systems gehende Rotationsachse dar. Das stark variierende Abstandsverhältnis entspricht dem sich stark ändernden Massenverhältnis

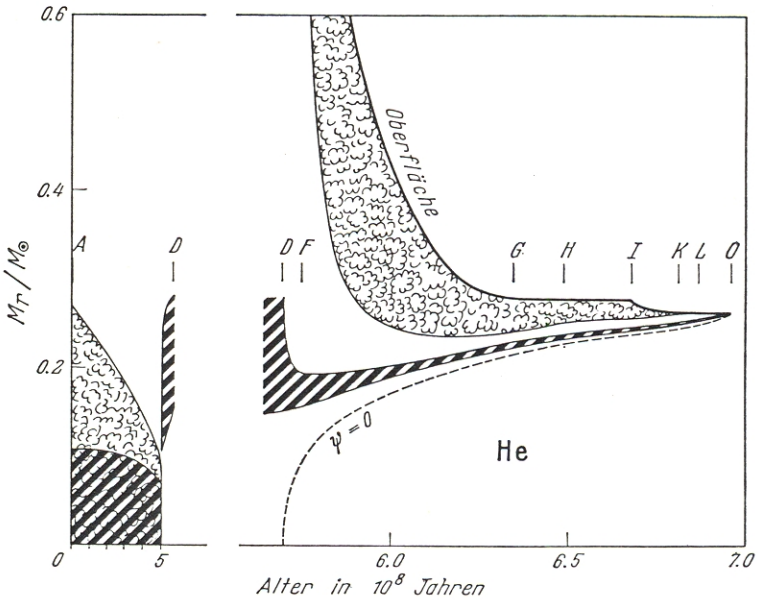


Abb. 5. Zeitliche Veränderungen im Innern von Stern 1. Gezeichnet ist M_r in Einheiten der Sonnenmasse (für $M_r \leqq 0.6\,M_\odot$) über dem Alter, gerechnet in 10^8 Jahren. „Wolkige" Gebiete entsprechen Konvektionszonen. Gebiete, in denen die nukleare Energieerzeugung ε des Wasserstoffbrennens größer als 10^2 erg g^{-1} sec^{-1} ist, sind schraffiert. In dieser Darstellung ist die Oberfläche des Sterns wegen des Massenverlustes keine Gerade. Bei $t = 0$ liegt die Sternoberfläche weit oberhalb des oberen Bildrandes (bei $M_r/M_\odot = 2$). Später erst kommt sie wegen des Massenverlustes ins Bild und ist dann durch die obere dick gezeichnete Kurve gegeben. Die gestrichelte Gerade gibt an, wo der Entartungsparameter $\psi = 0$ ist. Unterhalb dieser Kurve liegt also merkliche Entartung des Elektronengases vor. Die eingezeichneten Buchstaben (A bis O) geben die Zuordnung zu Abb. 1 und entsprechen den Modellen in Tabelle 1

von Punkt I–K : zweite Phase von Massentransfer mit nuklearer Zeitskala, Massenverlust $\Delta M_1 = 0.012\,M_\odot$ ist nur noch gering, da die Schalenquelle bereits dicht unter der Oberfläche

bei Punkt K : R_1 maximal, → Ende des Massentransfers äussere Konvektionszone verschwindet, $M_1 = 0.264\,M_\odot$, $M_{He} = 0.253\,M_\odot$, $M_H = M - M_{He} = 0.011\,M_\odot$
96% der Masse innerhalb $R_c = 0.003\,R_1$

Punkt K–L : Schalenquelle mit $L = L(M_c)$ frisst sich nach aussen, $\dot{M}_H = -\dot{M}_c < 0$ → T_{eff} ↑ (verallg. HR)

ab Punkt L : Leuchtkraft der Schalenquelle wird laufend geringer $L_{nuc} < L(M_c)$, jedoch $L = L_{nuc} + \int \varepsilon_g \, dM_r \approx$ const.
→ Kontraktionsenergie wird wichtig

bei Punkt N : Max (T_{eff})

von Punkt N–O : Kontraktion und Abkühlung zum Weissen Zwerg (bei O ist $L_g = \int \varepsilon_g \, dM_r \approx 0.53\,L$)

nach O : kein stationäres H-Brennen mehr (restlicher Wasserstoff wird später durch Schalenflash(s) verbrannt).

▶ <u>Ergebnis dieser Entwicklung:</u>

- weit getrenntes System mit $P = 24^d.2$,
- der masseärmere Primärstern ist ein He-Weisser Zwerg, $M \approx 0.26\,M_\odot$
- der massereichere Sekundärstern ist ein HR-Stern mit $M_2 = 2.74\,M_\odot$

▶ Haben hier zum ersten Mal eine Entwicklung, die Doppelsterne von dem paradoxen Typus "Weisser Zwerg + HR-Stern" (→ Abschnitt 31.4) erzeugt.

b) Allgemeine Bemerkungen zum "massearmen" Fall B

Wollen hier die folgenden Fragen kurz diskutieren:

b1) Welche Typen von Weissen Zwergen entstehen ?

b2) Wie hängt die Masse des Weissen Zwergs von den Anfangsparametern ab ?

zu b1):

Definitionsgemäss: Massentransfer beginnt vor dem zentr. He-Brennen.

Nun gibt es 2 Möglichkeiten:

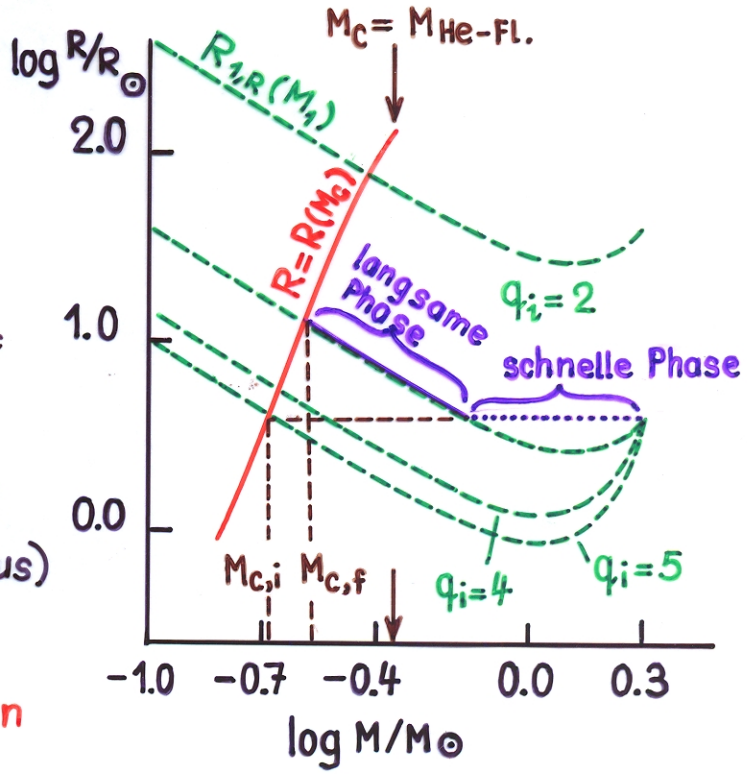
- Der Massentransfer endet vor dem zentr. He-Brennen, (Normalfall):
  → es entsteht ein He-Weisser Zwerg mit $M_{WZ} < M_{He\text{-}Fl.} \approx 0.45-0.5\, M_\odot$

- Der Massentransfer wird durch das Zünden des He-Brennens (He-Flash! abgebrochen. → Es entsteht ein Stern mit einer H-reichen Hülle und He-brennendem Kern, also ähnlich wie beim "massereichen" Fall B, wobei hier $M_{He} = M_{He\text{-}Fl.} \approx 0.45-0.50\, M_\odot$

zu b2):

Beginn des Massentransfers, wenn Kernmasse $M_c = M_{c,i}$.

Während der schnellen Phase ändert sich M_c praktisch nicht, da $M/\dot{M} \ll \tau_{nuc}$
→ am Ende der schnellen Phase ist $M_c \approx M_{c,i}$. Während der langsamen Phase: System ist thermisch stabil
→ $R_1 = R(M_c)$ (Gleichgewichtsradius) mit $\dot{M}_c > 0$ und $\dot{R}_1 > 0$



▶ Der Massentransfer endet erst, wenn praktisch die ganze H-reiche Hülle weg ist, also wenn $M_1 \approx M_c = M_{c,f}$. (Weiteres Schalenbrennen reduziert $M_H = M - M_c$, so dass $T_{eff} \uparrow$ und $R \downarrow$, vgl. dazu verall. HR, Abschnitt 26.3)

Folgerungen:

- je grösser A_o (bei festem M_1 und M_2), desto grösser $M_{c,i}$ und $M_{c,f}$, desto massereicher der entstehende Weisse Zwerg
- je grösser $q_i = M_{1,i}/M_{2,i}$ (bei festem A_o), desto geringer $M_{c,f}$, die Masse des Weissen Zwergs
- für gegebenes $M_{1,i}$ und $R_{1,R}(M_{1,i})$ $\exists\, q_{min}$: Wenn $q_i > q_{min}$ gibt es keine langsame Phase mit Massentransfer. $\rightarrow M_{c,f} \approx M_{c,i}$, die Masse des Weissen Zwergs ist $\approx$ Kernmasse zu Beginn des Massentransfers
- je grösser M_1 (bei gegebenen $R_{1,R}(q_i)$ und q_i), desto grösser die Masse des Weissen Zwergs

c) Die Massentransferrate während der langsamen Phase des Massentransfers

langsame Phase : System ist thermisch stabil $\rightarrow R_1 =$ Gleichgew.- Radius

$$\frac{d\ln R_1}{dt} = \left(\frac{\partial \ln R_1}{\partial \ln M_1}\right)_e \frac{d\ln M_1}{dt} + \underbrace{\left(\frac{\partial \ln R_1}{\partial t}\right)_{M_1}}_{\text{nukleare Entwicklung}} = \xi_{1,e}\frac{\dot M_1}{M_1} + \left(\frac{\partial \ln R_1}{\partial t}\right)_{M_1}$$

$$\frac{d\ln R_{1,R}}{dt} = \left(\frac{\partial \ln R_{1,R}}{\partial \ln M_1}\right)_J \frac{d\ln M_1}{dt} + \underbrace{\left(\frac{\partial \ln R_{1,R}}{\partial t}\right)_{\mathfrak{M}}}_{\text{Drehimpulsverluste aus dem System}} = \xi_{1,R}\frac{\dot M_1}{M_1} + \left(\frac{\partial \ln R_{1,R}}{\partial t}\right)_{\mathfrak{M}}$$

Massentransfer : $R_1 = R_{1,R}$, $\dot R_1 = \dot R_{1,R}$

$$\rightarrow \quad \xi_{1,e}\frac{\dot M_1}{M_1} + \left(\frac{\partial \ln R_1}{\partial t}\right)_{M_1} = \xi_{1,R}\frac{\dot M_1}{M_1} + \left(\frac{\partial \ln R_{1,R}}{\partial t}\right)_{\mathfrak{M}}$$

$$\blacktriangleright \quad \underline{\underline{\dot M_1 = -\frac{M_1}{\xi_{1,e} - \xi_{1,R}}\left\{\left(\frac{\partial \ln R_1}{\partial t}\right)_{M_1} - \left(\frac{\partial \ln R_{1,R}}{\partial t}\right)_{\mathfrak{M}}\right\}}} \quad ; \xi_{1,e} > \xi_{1,R} \text{ für Stabilität}$$

$\rightarrow$ $\exists$ Massentransfer, wenn entweder $\left(\frac{\partial \ln R_1}{\partial t}\right)_{M_1} > 0$ oder $\left(\frac{\partial \ln R_{1,R}}{\partial t}\right)_{\mathfrak{M}} < 0$.

d) Massenverlust von Roten Riesen

▶ bisher: in allen besprochenen Rechnungen beginnt der Massenverlust von Sternen mit radiativer Hülle, obwohl gerade beim "massearmen" Fall B bei genügend grossem A_0 die Hülle des Primärsterns konvektiv ist, wenn erstmals $R_1 = R_{1,R}$.

▶ Massenverlust von Sternen mit konvektiven Hüllen? ∃ nur sehr wenige Rechnungen dazu! Warum? Der Grund: Die Reaktion von Sternen mit konvektiven Hüllen auf Massenverlust (→ Abschnitt 30.5 u. 30.6)

Betrachten hier nochmals Sterne in der Nähe der HL:

Lage der Sterne im HRD: $\log L = a \log T_{eff} + b \log M + c$ (Gl. der HL)

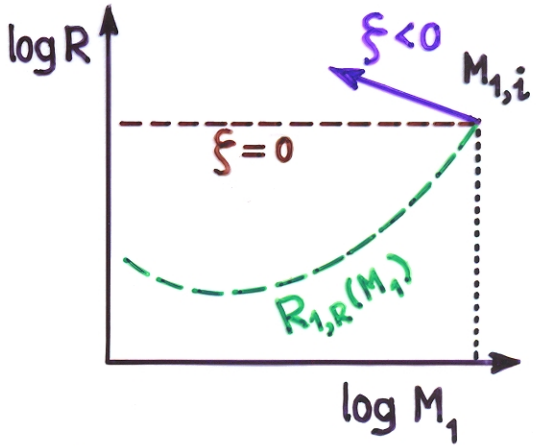
→ Masse-Radius-Exponent $\underline{\xi_e = \frac{d\log R}{d\log M} = \frac{2b}{a} + \frac{a-4}{2a}\frac{d\log L}{d\log M}}$

Für Sterne, wo L durch eine Kernmasse-Leuchtkraft-Beziehung gegeben ist folgt:

$$L = L(M_c) \rightarrow \frac{d\log L}{d\log M} = 0 \rightarrow \underline{\xi_e = \frac{2b}{a}}$$

Aus numerischen Rechnungen: $a \approx 10$, $b \approx -1 \ldots -2$ → $\xi_e \approx -0.1 \cdots -0.4$

▶ Da $q = q_i > 1$, wenn erstmals $R_1 = R_{1,R}$ → Systeme sind thermisch instabil gegen Massentransfer.



▶ Im Gegensatz zu Sternen mit einer radiativen Hülle, wo $\xi_s \gg 0$, ist bei Sternen mit einer konvektiven Hülle auch $\xi_s < 0$! ($\xi_s = -1/3$ für Polytrope $n = 3/2$)

→ Systeme sind konvektiv instabil

→ $\dot{M}$ wächst sehr stark an, da $\dot{R}_1 > 0$ und $\dot{R}_{1,R} < 0$

Wie gross kann $\dot{M}_1$ werden?

$\xi_{1,s} < 0$, solange $\tau_M = -\frac{M_1}{\dot{M}_1} > \tau_{konv}$

(solange $\tau_M > \tau_{konv}$, kann die Konvektion für $S(M_r) \approx$ const. sorgen)

▶ erst wenn $\tau_M \approx \tau_{konv}$ "merkt" die Konvektion etwas vom Massenverlust und ξ ändert sich. Wir erwarten daher

$$\mathrm{Max}(|\dot{M}|) \approx \frac{M}{\tau_{konv}} \approx M_\odot/a \text{ , da}$$

$$\tau_{konv} \approx (\tau_h^2 \tau_{KH})^{1/3} \approx 0.4 \text{ Jahre} \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^{1/3} \left(\frac{R}{R_\odot}\right)^{2/3} \left(\frac{L}{L_\odot}\right)^{-1/3}$$

$$\approx \text{const. entlang der HL}$$

▶ <u>∃ grosse Probleme:</u>

1) wenn $\tau_M \approx \tau_{konv}$, $\dot{M} \approx M_\odot/a$ → Stern steht merklich über seinem Roche-Radius, da

$$|\dot{M}| \approx 10 \cdots 20 \, \frac{M}{P} \left(\frac{R - R_R}{R}\right)^3$$

→ Roche-Modell ist nicht mehr anwendbar, statt dessen <u>3-dim., zeitabh. hydrodynamisches Problem</u>

2) wenn $\tau_M \approx \tau_{konv}$, ist die (zeitunabhängige) Mischungsweg-theorie unbrauchbar! → statt dessen <u>braucht man eine zeitabhängige Konvektionstheorie</u>

➡ kann schnellen Massentransfer von Sternen mit tiefen äusseren Konvektionszonen nicht berechnen!!

▶ ∃ weitere Probleme mit schnellem Massenverlust: grosse $\dot{M}$ haben drastische Auswirkungen auf den Begleitstern (→ Abschnitt 34)