34. Die Entwicklung der Sekundärkomponente

Bisher: Sekundärstern nur als Punktmasse behandelt. Endliche Ausdehnung und Entwicklung (mögliche Veränderung von R_2) völlig vernachlässigt.

▶ mögliche Veränderung von R_2: durch nukleare Entwicklung und durch Akkretion (Masse, Drehimpuls)

34.1. Nukleare Entwicklung:

bisher ignoriert mit Hinweis auf $q_i = M_{1,i}/M_{2,i} > 1$.

Abschätzung: wann darf man die nukleare Entwicklung vernachlässigen?

Sei t_1 die Entwicklungszeit des Primärsterns bis zum Ende des schnellen Massenverlusts.

→ für den Primärstern: $t_1 = f_1 \tau_{nuc} = \text{const.}\, f_1 \frac{M_1}{L_1} = \text{const.}\, f_1 M_1^{1-\alpha}$

für den Sekundärstern: $t_1 = f_2 \tau_{nuc} = \text{const.}\, f_2 \frac{M_2}{L_2} = \text{const.}\, f_2 M_2^{1-\alpha}$,

wobei $L \sim M^\alpha$ (Masse-Leuchtkraft-Beziehung)

→ $$\underline{f_2 \approx f_1 \left(\frac{M_{1,i}}{M_{2,i}}\right)^{1-\alpha} = f_1 q_i^{1-\alpha}}$$; $f_2 \hat{=}$ Entwicklungsstand des Sekundärsterns (in Einh. von τ_{nuc}) zum Zeitpunkt t_1.

Der Sekundärstern ist merklich entwickelt, wenn $f_2 > f_{crit}$, d.h. wenn

▶ $$\underline{\underline{q_i \lesssim \left(\frac{f_{crit}}{f_1}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}}}$$

Beispiel: $f_{crit} \approx 0.5$, $f_1 \approx 1$, $\alpha \approx 3.5$ (Hauptreihe) → $\underline{q_i \lesssim 1.3}$

→ kann nukleare Entwicklung des Sekundärsterns bis zum Ende des schnellen Massentransfers vernachlässigen, wenn $q_i \gtrsim 1.2 \ldots 1.5$

▶ Aber: Situation nach (konservativem) Massentransfer völlig anders!

jetzt: $M_2 = M_{2,f} > M_{1,f}$, je nach dem sogar $M_{2,f} \gg M_{1,f}$

▶ $\tau_{nuc}(M_{2,f}) \ll \tau(M_{2,i})$

eventuell $\tau_n(M_{2,f}) <$ Dauer des langsamen Massentransfers !

▶ Entwicklung in Kontakt möglich

▶ aber auch wenn Kontakt vermieden wird, $\exists$ sehr komplizierte Entwicklung: $\exists$ 2. Massentransfer ($2 \to 1$, d.h. in umgekehrter Richtung), wegen $M_{2,f} > M_{1,f}$ (ev. $M_{2,f} \gg M_{1,f}$) ist das System hochgradig instabil $\to$ Entwicklung in Kontakt möglich!
(z.B. 2. Massentransfer beim massearmen Fall B: Massentransfer auf einen Weissen Zwerg $\to$ Kontakt $\to$???)

▶ Diese Schwierigkeiten sind ein Hauptgrund dafür, warum (konservative) Entwicklungsrechnungen nicht über das Ende des 1. Massentransfers fortgesetzt werden.

▶ In vielen Fällen beginnen die Schwierigkeiten mit dem Sekundärstern schon viel früher, nämlich mit dem 1. Massentransfer. Der Grund: die schnelle Akkretion von Masse (und Drehimpuls).

34.2. Akkretierende Sterne

Betrachten hier zunächst Massenakkretion (Drehimpulsakkr. $\to$ 34.4)

a) Die Akkretionszeitskala : Def. $\tau_{accr} = \frac{M}{\dot{M}}$, $\dot{M} > 0$

während des schnellen Massentransfers (von $1 \to 2$):

$$\dot{M}_1 \approx -\frac{M_1}{\tau_{KH,1}} = -\frac{R_1 L_1}{G M_1} \quad \text{bei thermischer Instabilität}$$

$$\dot{M}_1 \approx -(10 \cdots 20)\, \frac{M_1}{P} \left(\frac{R_1 - R_{1,R}}{R_{1,R}}\right)^3 \ll \frac{-M_1}{\tau_{KH,1}} \quad \text{bei dynamischer Instabilität}$$

Betrachten zunächst thermische Instabilität:

$$\to \quad \underline{\underline{\tau_{accr} = \frac{M_2}{\dot{M}_2} = -\frac{M_2}{\dot{M}_1} = \frac{M_2}{M_1}\tau_{KH,1} \approx \frac{M_1 R_2 L_2}{M_2 R_1 L_1}\tau_{KH,2}}}$$

Machen konservative Abschätzung: beide Sterne seien auf der HR.

$\to$ $R \sim M^{0.6}$ und $L \sim M^{3.5}$ für beide Komponenten

▶ $\tau_{accr} \approx \left(\frac{M_1}{M_2}\right)^{-3.1} \tau_{KH,2}$, da $q > 1$ ⇝ in der Regel $\tau_{accr} \ll \tau_{KH}$

▶ da der Primärstern zu Beginn des Massentransfers bereits merklich entwickelt ist, ist $R_1 > R_{HR}(M_1) \cdots R_1 \gg R_{HR}(M_1)$ und $L_1 > L_{HR}(M_1) \cdots L_1 \gg L_{HR}(M_1)$

⇝ $\tau_{KH}(M_1) < (\tau_{KH})_{HR} \cdots \tau_{KH}(M_1) \ll (\tau_{KH}(M_1))_{HR}$

⇨ in praktisch allen Fällen ist $\tau_{accr} \ll \tau_{KH,2}$

▶ Dies gilt in noch extremerem Ausmass bei einer dynamischen Instabilität !

▶ Der Sekundärstern wird durch die schnelle Akkretion ($\tau_{accr} \ll \tau_{KH}$) aus dem thermischen Gleichgewicht gebracht ! Haben hier die zum schnellen Massenverlust analoge Situation, nur mit umgekehrtem Vorzeichen für $\dot{M}$.

⇝ Können daher auf Ergebnisse aus Abschnitt 30 zurückgreifen

b) Reaktion eines Sterns auf schnelle Massenakkretion:

schnelle Akkretion : $\tau_{accr} \ll \tau_{KH}$ ⇝ Entropie $S(M_r < M_o) \approx$ const.

▶ Verhältnisse in 1. Näherung spiegelbildlich zum schnellen Massenverlust

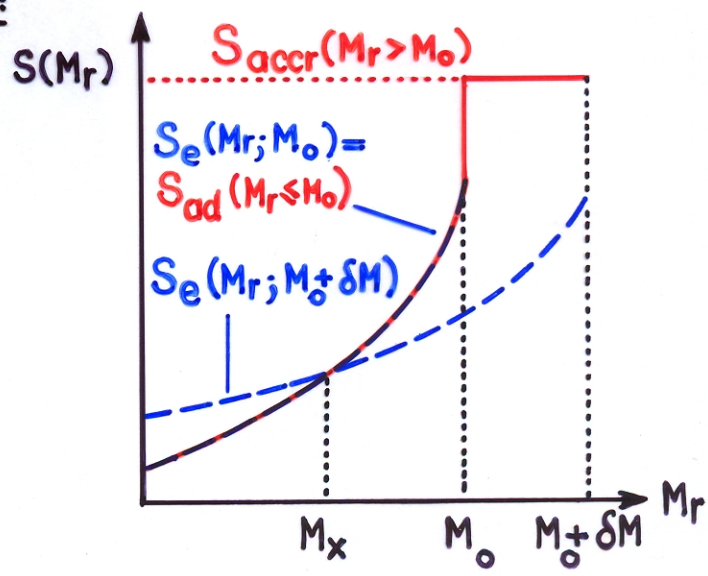
▶ Wichtiger Unterschied : Entropie der akkretierten Materie liegt nicht fest !

Akkretion auf Sterne mit radiativer Hülle:

1) adiabatische Reaktion

▶ hängt entscheidend von der akkretierten Entropie S_{accr} ab !

▶ dominiert bei Akkretion in engen Doppelsternen, da im allg. $\tau_{accr} \ll \tau_{KH}$



▶ Ist $S_{accr}(M_r > M_o; M_o + \delta M) > S_e(M_r > M_o; M_o + \delta M)$

→ akkretiertes Gas ist relativ zum Gleichgewichtsmodell zu heiss
→ Tendenz zur Expansion. Bei starker Akkretion, d.h. $\delta M \sim M_o$, mit $S_{accr} = \text{const.}$ hat der Stern eine isentrope Hülle und entwickelt sich zur HL (vgl. numerische Rechnungen, 34.3)

Ist $S_{accr}(M_r > M_o; M_o + \delta M) < S_e(M_r > M_o; M_o + \delta M)$

→ akkretiertes Gas ist relativ zum Gleichgewichtsmodell zu kühl
→ Tendenz zur Kontraktion

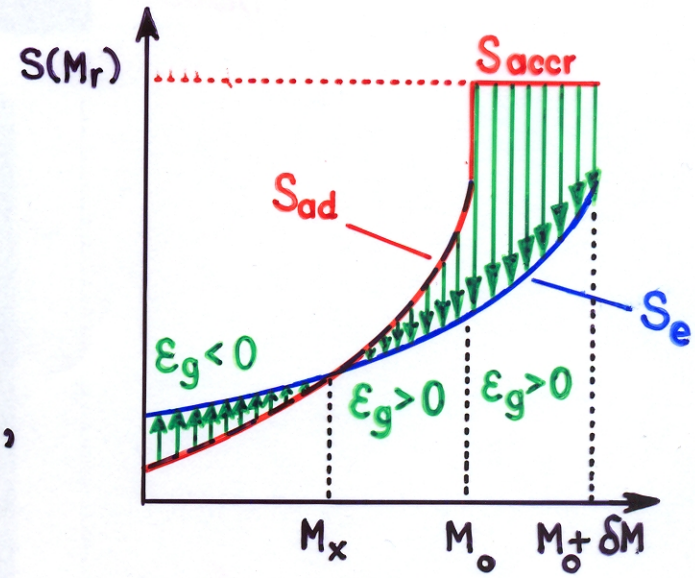
2) thermische Relaxation

$M_r < M_x$: $S_{ad} < S_e \rightarrow \frac{\partial S}{\partial t} > 0$

$M_x \leq M_r \leq M_o$: $S_{ad} > S_e \rightarrow \frac{\partial S}{\partial t} < 0$

$M_r > M_o$: $S_{ad} \gtrless S_e \rightarrow \frac{\partial S}{\partial t} \lessgtr 0$,

je nach S_{accr}



▶ Wenn S_{accr} hinreichend gross ist, so ist

$$L_g = \int_0^{M_o+\delta M} \varepsilon_g \, dM_r > 0$$

→ Stern ist im Mittel zu heiss
→ Kontraktion

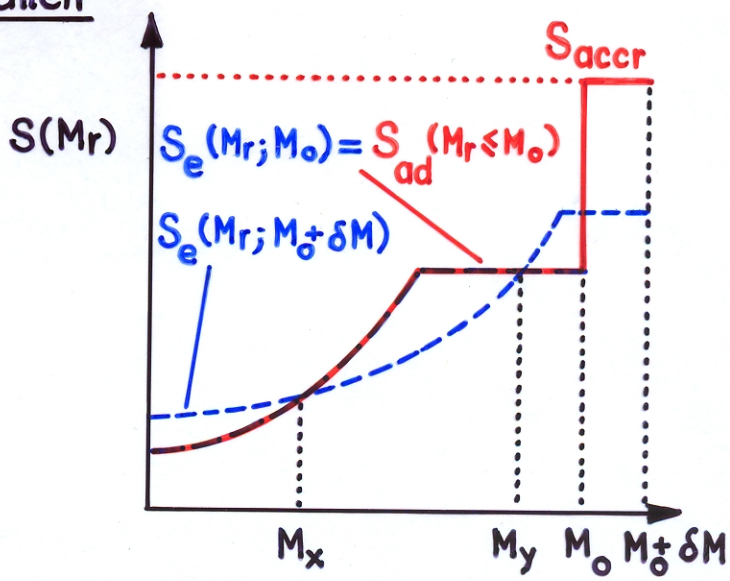
▶ Ist umgekehrt S_{accr} zu klein, so ist $L_g < 0$ → Expansion

Akkretion auf Sterne mit konvektiven Hüllen

1) adiabatische Reaktion

▶ hängt entscheidend von der akkretierten Entropie S_{accr} ab!

▶ dominiert bei Akkretion in engen Doppelsternen, da im allg. $\tau_{accr} \ll \tau_{KH}$



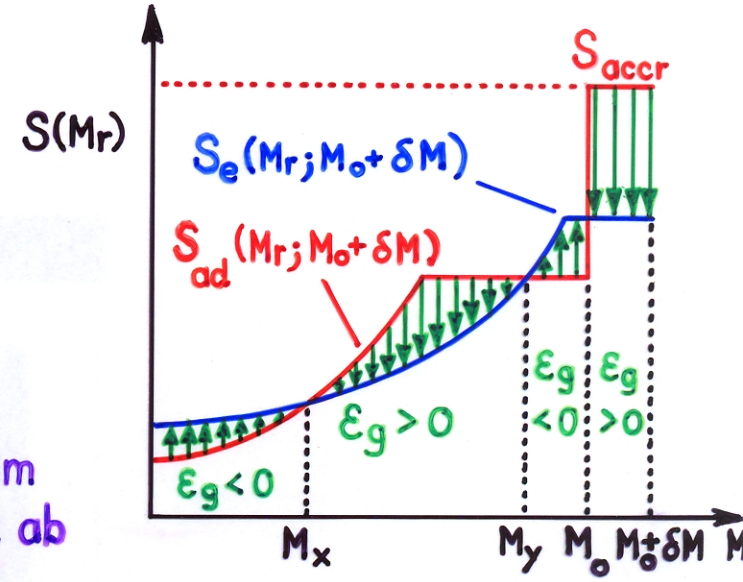
▶ Ist $S_{accr} = S_e(M_r = M_o)$, so ist, wenn die Konvektionszone tief genug ist, der Stern im Mittel zu kühl und der Stern kontrahiert.

Ist dagegen S_{accr} hinreichend gross, so expandiert der Stern

2) <u>thermische Relaxation</u>

▶ Je grösser S_{accr}, desto grösser ist

$$L_g = \int_0^{M_o+\delta M} \varepsilon_g \, dM_r$$



Ist $L_g > 0$, so ist der Stern im Mittel zu heiss ↝ Stern kühlt ab ↝ Kontraktion

Ist $L_g < 0$, so ist der Stern im Mittel zu kühl ↝ Stern heizt sich auf ↝ Expansion

▶ Die Reaktion hängt stark von der (unbekannten) Entropie der akkretierten Materie ab!

▶ <u>Verbreitete Annahme</u>: Entropie der akkretierten Materie = Entropie des akkretierenden Sterns dicht unter seiner Oberfläche : $S(M+\delta M) = S(M)$

▶ <u>Wichtigster Fall</u>: schnelle Akkretion auf HR-Sterne mit radiativer Hülle, d.h. $M \gtrsim 1 M_\odot$.

↝ unter der obigen Annahme ($S_{akkr} = S(M)$) erwarten wir, dass diese Sterne expandieren!

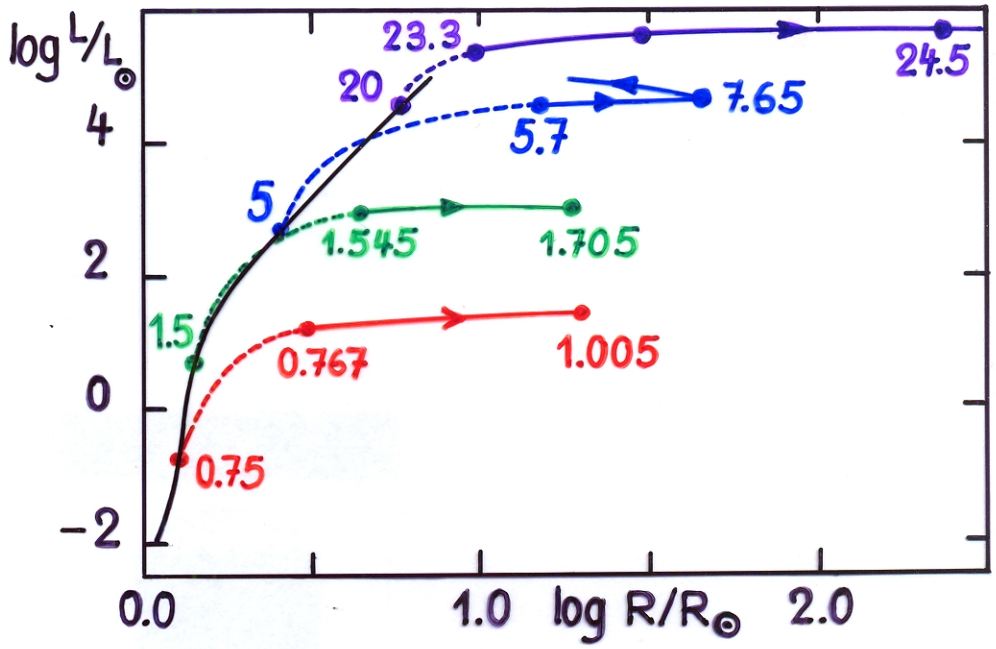
34.3. Beispiele numerischer Rechnungen

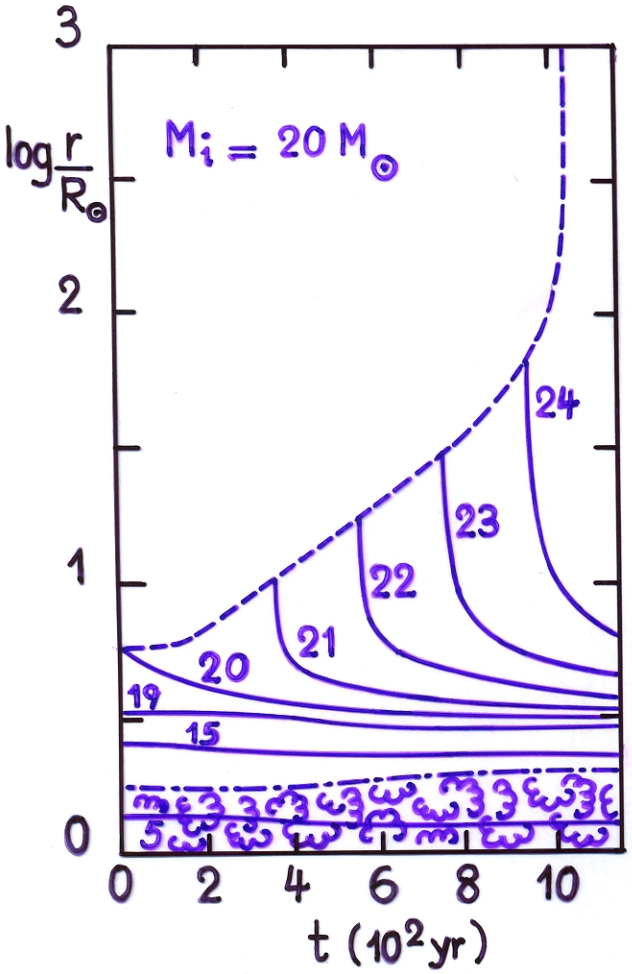
Akkretion auf HR-Sterne:

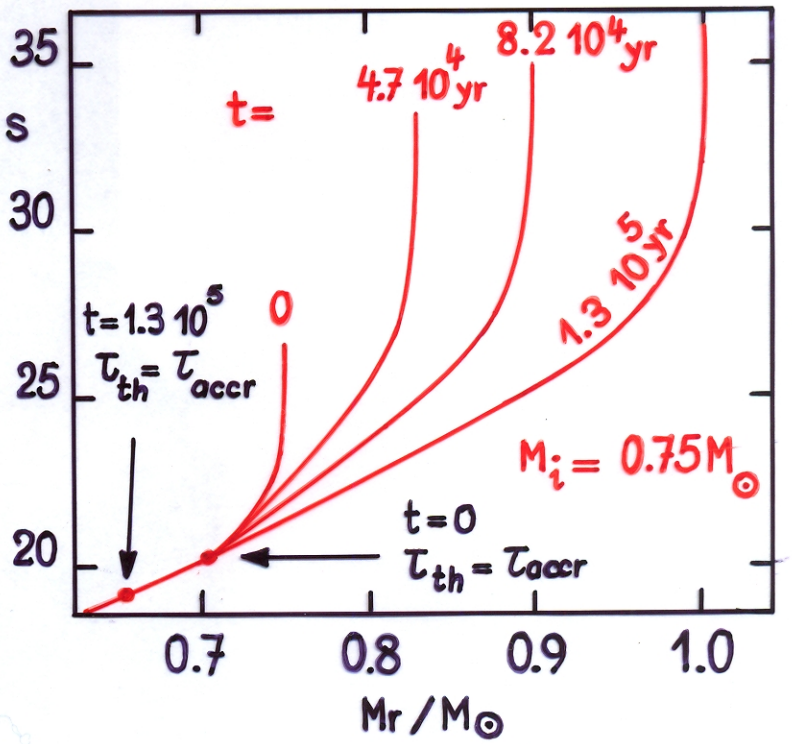
a) S. Neo, et al.: 1977, Publ. Astron. Soc. Japan 29, 249
b) R. Kippenhahn, E. Meyer-Hofmeister : 1977, Astron. Astrophys. 54, 539
c) M.Y. Fujimoto, I. Iben : 1989, Astrophys. J. 341, 306

Akkretion auf HR-Sterne (Neo et al., 1977, PASJ 29, 249)

$M_i / M_\odot$	$\dot{M} / M_\odot\,yr^{-1}$
0.75	$2.21\ 10^{-6}$
1.5	$6.31\ 10^{-5}$
5.0	$8.84\ 10^{-4}$
20.0	$5.02\ 10^{-3}$







- Kontraktion der Schalen mit M_r = const., aber Expansion der Photosphäre $\quad \tau_{accr} = \frac{M}{\dot{M}}$, $\tau_{th} = \frac{3 c_p \varkappa \rho^2 H_P^2}{4 a c T^3}$

- $\tau_{th} < \tau_{accr}$: Entropie ändert sich → Schicht kann kontrahieren

  $\tau_{th} > \tau_{accr}$: Entropie bleibt prakt. konst. → keine Kontraktion

33.7
33.8

On the Radii of Accreting Main Sequence Stars

R. Kippenhahn and E. Meyer-Hofmeister

Astron. Astrophys. 54, 539—542 (1977)

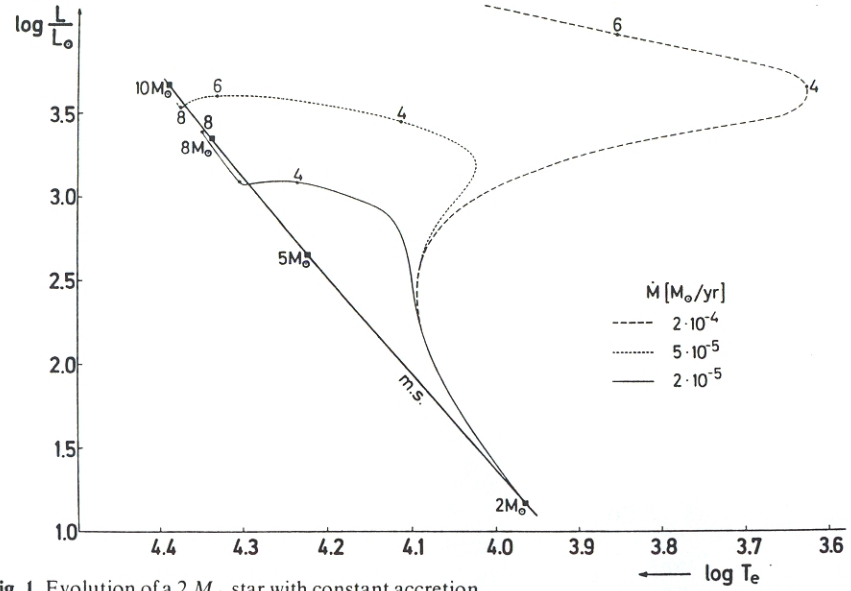


Fig. 1. Evolution of a 2 $M_\odot$ star with constant accretion rate $\dot{M}$. On the tracks points show the position of stellar models for intervals of 2 $M_\odot$. Squares indicate the position of main sequence stars

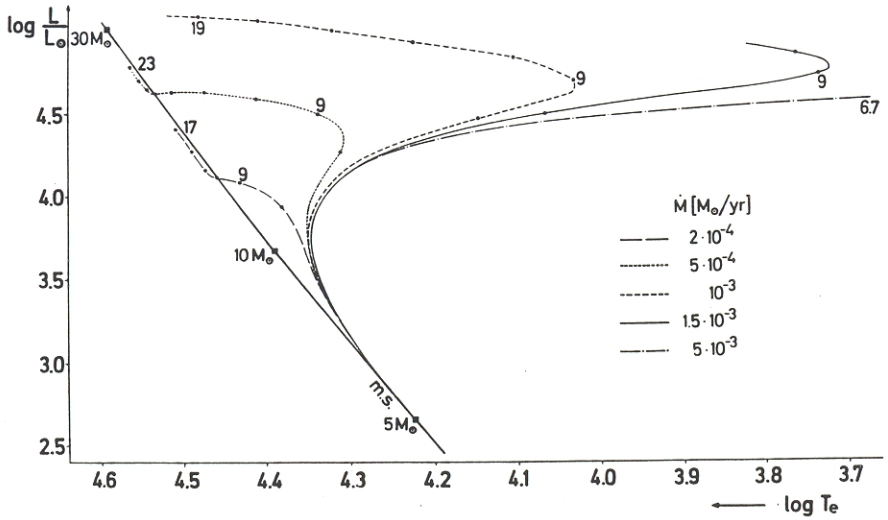


Fig. 2. Evolution of a 5 $M_\odot$ star with constant accretion rate $\dot{M}$. For the symbols see Figure 1

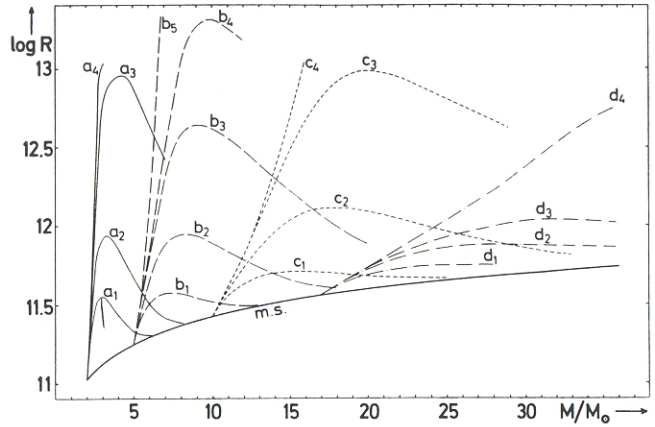


Fig. 4. Variation of radius due to a constant accretion rate $\dot{M}$ for initial masses 2, 5 and 10 $M_\odot$, indicated by letters as given below

2 $M_\odot$:	a_1 $2\,10^{-5}\,M_\odot$/yr	10 $M_\odot$:	c_1 $1\,10^{-3}\,M_\odot$/yr
	a_2 $5\,10^{-5}\,M_\odot$/yr		c_2 $2\,10^{-3}\,M_\odot$/yr
	a_3 $2\,10^{-4}\,M_\odot$/yr		c_3 $3\,10^{-3}\,M_\odot$/yr
	a_4 $1\,10^{-3}\,M_\odot$/yr		c_4 $4\,10^{-3}\,M_\odot$/yr
5 $M_\odot$:	b_1 $2\,10^{-4}\,M_\odot$/yr	17 $M_\odot$:	d_1 $2\,10^{-3}\,M_\odot$/yr
	b_2 $5\,10^{-4}\,M_\odot$/yr		d_2 $3\,10^{-3}\,M_\odot$/yr
	b_3 $1\,10^{-3}\,M_\odot$/yr		d_3 $4\,10^{-3}\,M_\odot$/yr
	b_4 $1.5\,10^{-3}\,M_\odot$/yr		d_4 $6\,10^{-3}\,M_\odot$/yr
	b_5 $5\,10^{-3}\,M_\odot$/yr		

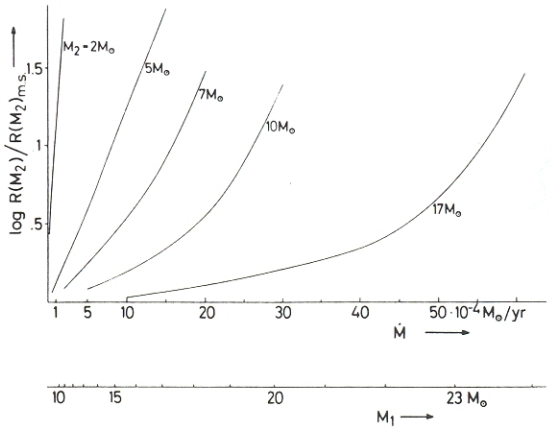
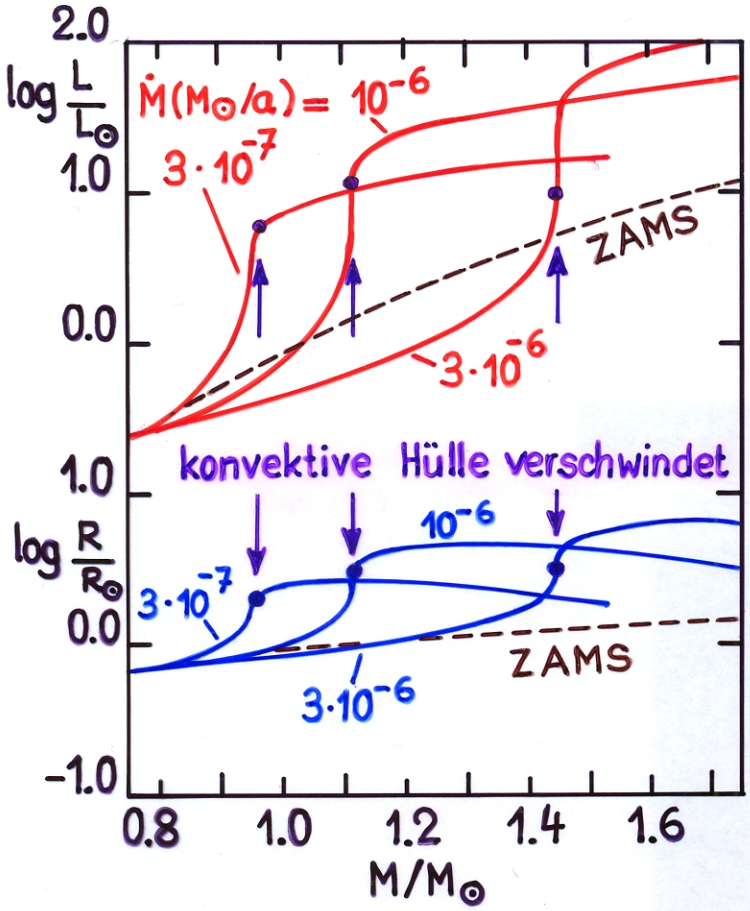


Fig. 5. Maximum radius (in units of the main sequence radius) for different initial masses M_2 as a function of the accretion rate $\dot{M}$. Since the mean mass exchange rate in a binary system is roughly a function of the mass of the primary only, the abscissa is also scaled by the initial mass of the primary star [for the relation $\dot{M}$ (M_1) see also Figure 6]

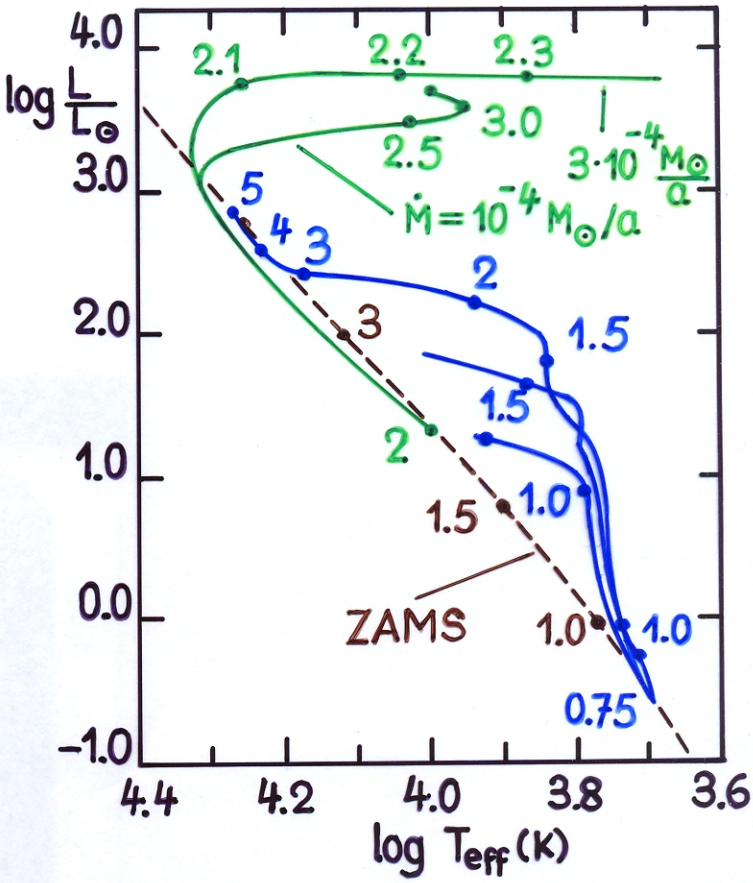
Akkretion auf massearme HR-Sterne

(Fujimoto, M.Y., Iben, I.: 1989, Astrophys. J. 341, 306)

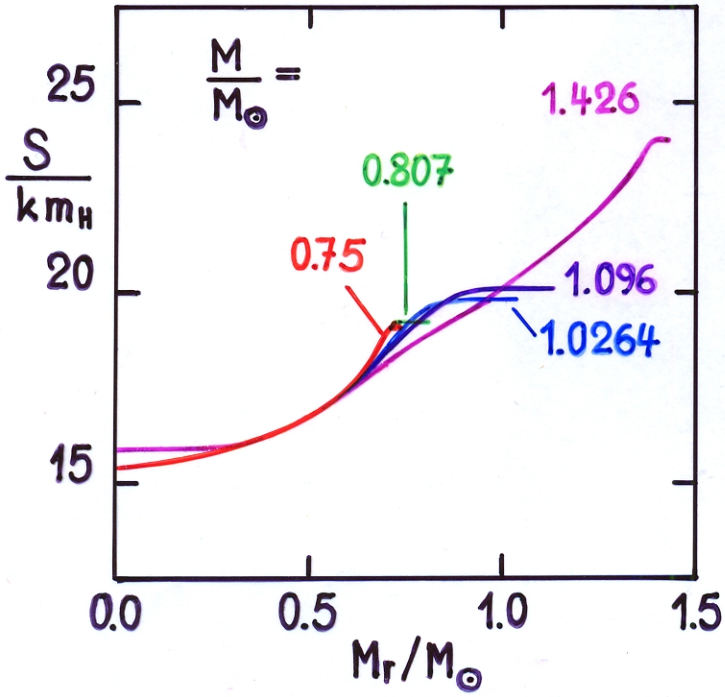


M-L- und M-R-Diagramm bei Akkretion auf einen $0.75\,M_\odot$ ZAMS Stern mit versch. $\dot{M}$.

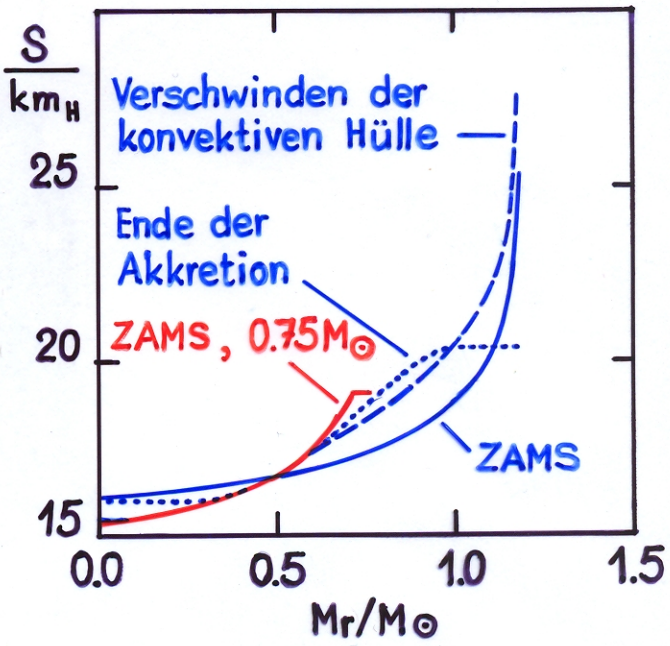
▶ $S_{accr} = S(M(t))$



Entw. im HRD bei Akkretion auf einen $0.75\,M_\odot$ und einen $2\,M_\odot$ ZAMS Stern mit verschiedenen $\dot{M}$.



Entropieprofile bei Akkretion auf einen $0.75\,M_\odot$ Stern mit $\dot{M} = 3\,10^{-6}\,M_\odot/a$



Thermische Relaxation nach Akkretion mit $\dot{M} = 3\,10^{-6}\,M_\odot/a$

▶ Fazit aus den numerischen Rechnungen: müssen erwarten, dass in vielen Fällen durch schnellen Massentransfer ein Kontaktsystem entsteht. Weitere Entwicklung ??

34.4. Akkretion von Drehimpuls

Materie, die von M_1 über L_1 zu M_2 strömt, besitzt Drehimpuls bezüglich M_2; pro Masseneinheit: $j_{L_1,M_2} = (1-x_{L_1})^2 a^2 \omega$

▶ Aber: Drehimpuls ist im eingeschränkten Dreikörperproblem kein Integral der Bewegung (statt dessen das Jacobi-Integral)

→ j nur näherungsweise erhalten (Lubow, S., Shu, F.H.: 1975, Astrophys. J. 198, 383; Flannery, B.P.: 1975, Monthly Notices Roy. Astron. Soc. 170, 325

Wegen $j_{L_1,M_1} > 0$ → Materie gelangt in Umlauf um M_2 und bildet eine Akkretionsscheibe um M_2, sofern R_2 klein genug

→ Materiestrom prallt auf den Sekundärstern, wenn

$$R_2 > \frac{j^2}{G M_2} = \frac{f^2 j^2_{L_1,M_2}}{G M_2} \approx 0.05\,a \quad , \quad f \approx 0.8 \cdots 0.9$$

Bei Scheibenakkretion: Materie verliert Drehimpuls durch innere Reibung und gelangt schliesslich mit

$$j_{accr} = (G M_2 R_2)^{1/2}$$

an die Oberfläche von M_2.

Bei Aufprall der Materie:
→ äusserst komplexer hydrodynamischer Vorgang.
j_{accr} ??

▶ Wieviel Materie kann M_2 mit $j = (G M_2 R_2)^{1/2}$ akkretieren ?

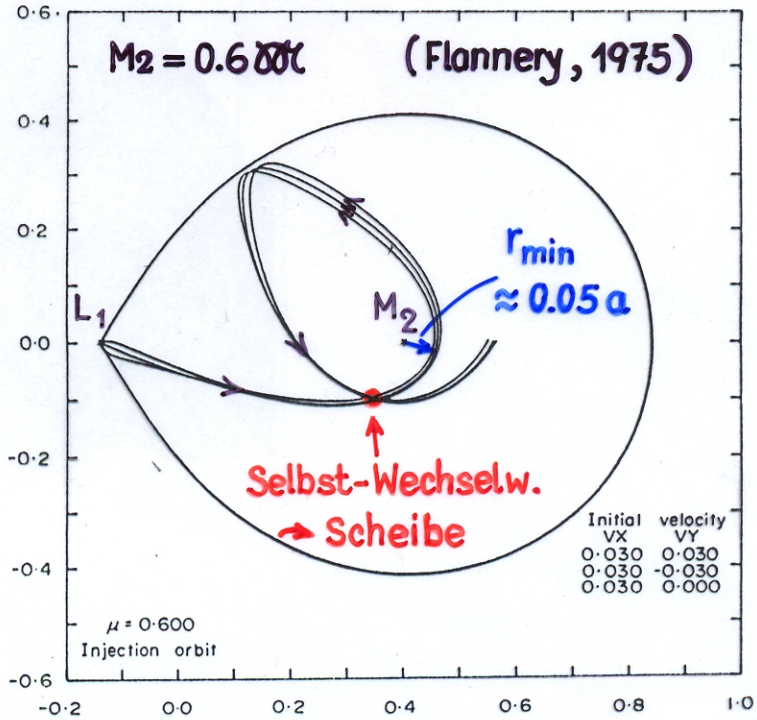


FIG. 4. *Particle trajectories in the orbital plane corresponding to thermal evaporation from the inner Lagrangian point for a mass fraction of 0·6. The bounding curve represents the Roche equipotential through L_1. Note that the trajectories cross before reaching the region of hot spot formation, which is $r_a = 0{\cdot}10$ for this mass fraction.*

Machen dazu folgende <u>Abschätzung:</u>

(vgl. dazu : W. Packet : 1981, Astron. Astrophys. 102, 17)

Betrachten Stern, der am Äquator Materie mit Drehimpuls akkretiert:

Rotationsdrehimpuls : $J = \Theta\omega$, ω = Spinfrequenz des Sterns

Trägheitsmoment : $\Theta = r_g^2 R^2 M$, r_g = Trägheitsradius

rel. Drehimpulsänderung : $\frac{dJ}{J} = 2\frac{dr_g}{r_g} + 2\frac{dR}{R} + \frac{dM}{M} + \frac{d\omega}{\omega}$

akkretierter Drehimpuls : $dJ_{accr} = j_{accr}\,dM = \omega_K R^2 dM$, ω_K = kritische Spinfrequenz

▶ $$\frac{dJ_{accr}}{J} = \frac{1}{r_g^2}\frac{\omega_K}{\omega}\frac{dM}{M}$$

Sei $s = \frac{\omega}{\omega_K}$ mit $\omega_K = \left(\frac{GM}{R^3}\right)^{1/2}$ ↷ $0 \leq s < 1$

($s = 1 \hat{=}$ krit. Rotation)

▶ $$2\frac{dr_g}{r_g} + \frac{1}{2}\frac{dR}{R} + \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{s r_g^2}\right)\frac{dM}{M} + \frac{ds}{s} = 0$$: gleichung für $s(M)$

<u>Einfaches Beispiel</u> : $r_g = \text{const.}$, $R \sim M^{\nu}$

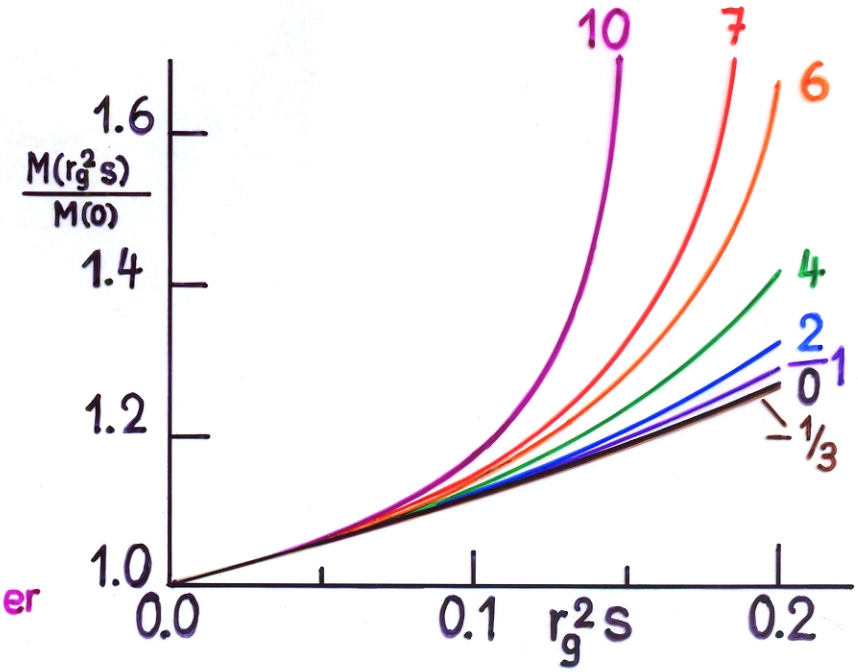
▶ $$\frac{ds}{s} = \left(\frac{1}{s r_g^2} - \frac{\nu+3}{2}\right)\frac{dM}{M} \Rightarrow M(s) = M(0)\left[1 - \frac{\nu+3}{2} r_g^2 s\right]^{-\frac{2}{\nu+3}}$$

Polytrope $n = 3/2$:

$r_g^2 = 0.2$, $\nu = -\frac{1}{3}$

obere Hauptreihe :

$r_g^2 = 0.1$, $\nu \approx 0.6$



▶ ∃ <u>Drehimpulsproblem</u> !

Wenn der Stern bei der Akkretion Θ nicht stark vergrössert, kann er nicht viel Materie akkretieren