30. Reaktion von Sternen auf schnellen Massenverlust

30.1. Was versteht man unter schnellem Massenverlust?

Bisher: Hatten nur langsamen Massenverlust betrachtet, d.h.

$$\tau_{\dot{M}} = -\frac{M}{\dot{M}} \approx \tau_{nuc}$$

→ wesentlicher Massenverlust nur über lange Zeit

▶ ∃ merkliche (nukleare) Entwicklung während der Massenverlustphase

Schneller Massenverlust: $\tau_{\dot{M}} < \tau_{th} \approx \tau_{KH}, \tau_{nuc}$

da für fast alle Sterne $\tau_{KH} \ll \tau_{nuc}$ → $\tau_{\dot{M}} \ll \tau_{nuc}$

▶ ∃ keine (nukleare) Entwicklung während der Massenverlustphase

→ daher nur "Reaktion"

Warum ist schneller Massenverlust wichtig? (∃ keine Entwicklung)

- prinzipiell interessantes theor. Problem
- wichtig für die Entwicklung enger Doppelsterne (Radius des Sterns

Betrachten haupts. den Grenzfall sehr schnellen Massenverlusts von Sternen im hydrostatischen Gleichgewicht. → Verlangen

$$\left(\frac{R^3}{GM}\right)^{1/2} = \tau_h \ll \tau_{\dot{M}} \ll \tau_{KH} = \frac{GM^2}{RL}$$

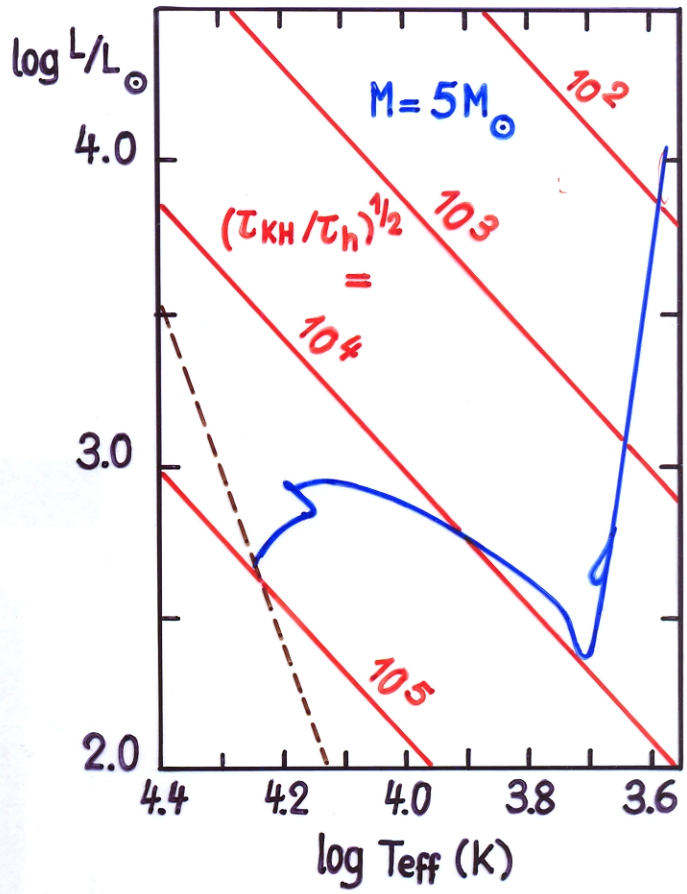
oder:

$$\left(\frac{\tau_{KH}}{\tau_h}\right)^{1/2} = \left(\frac{G^3M^5}{R^5L^2}\right)^{1/4} = 7.9\,10^5 \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^{5/4} \left(\frac{R}{R_\odot}\right)^{-5/4} \left(\frac{L}{L_\odot}\right)^{-1/2}$$

$$= 3.1\,10^{-4} \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^{5/4} \left(\frac{L}{L_\odot}\right)^{-9/8} T_{eff}^{5/2}(K) \gg 1$$

→ für geg. M ∃ Grenzlinie im HRD

▶ Bedingung $(\tau_{KH}/\tau_h)^{1/2} \gg 1$ wird von den meisten Sternen erfüllt.
(Ausnahme: Sterne mit niedriger T_{eff} und sehr grosser Leuchtkraft, $\log L/L_\odot \gtrsim 4$ → typisch für AGB-Sterne)



τ_{KH}/τ_h ist nicht konstant durch den Stern! Betrachten τ_{KH} für die Hülle (Masse $M_H < M$):

$$(\tau_{KH})_H = \frac{GMM_H}{RL} = \tau_{KH}\frac{M_H}{M}$$

▶ $\exists$ immer ein $\frac{M_H}{M}$, so dass $(\tau_{KH})_H < \tau_h$! → $\underline{\frac{M_H}{M} < \frac{\tau_h}{\tau_{KH}}}$

▶ In Bereichen, wo $\tau_{KH} \gg \tau_{\dot{M}}$ bleibt die Entropie einer Massenschale während des Massenverlusts praktisch konstant

→ adiabatischer Massenverlust : $\dot{S}(M_r) = 0$

→ Müssen etwas über die Entropie in Sternen wissen

30.2. Die Entropie

$\underline{S = k \ln \Gamma}$: k = Boltzmann-Konstante
Γ = statistisches Gewicht = totale Anzahl der unterscheidbaren Quantenzuständen des betrachteten makroskopischen Systems

Da $\Gamma \geq 1$ folgt : $\underline{S > 0}$

Mehrere statistisch voneinander unabhängige Systeme nicht wechselwirkender Teilchen :

stat. Gewicht eines Systems : Γ_j

stat. Gewicht aller Systeme : $\Gamma = \prod_j \Gamma_j$

$$\rightarrow \mathcal{S} = k \ln \Gamma = k \ln\left(\prod_j \Gamma_j\right) = k \sum_j \ln \Gamma_j = \sum_j \mathcal{S}_j$$: $\mathcal{S}$ ist additiv

Betrachten im folgenden einige Spezialfälle:

a) <u>Entropie eines idealen, nicht rel. (Maxwell-Boltzmann)-Gases</u>

für Teilchen der Sorte i mit Masse m_i, pro Volumeneinheit

$$\frac{\mathcal{S}_i}{V} = k n_i \ln\left\{\frac{T^{5/2}}{P_i} \frac{(2\pi m_i)^{3/2} k^{5/2} e^{5/2}}{h^3} Z_i(T)\right\}$$; n_i = Teilchendichte, P_i = Partialdruck

$$Z_i(T) = \sum_k g_{k,i}\, e^{-(\varepsilon_{k,i} - \varepsilon_{0,i})/kT}$$ = Zustandssumme

$$\rightarrow \frac{\mathcal{S}}{V} = k \sum_i n_i \ln\left\{\frac{T^{5/2}}{P_i} \frac{(2\pi m_i)^{3/2} k^{5/2} e^{5/2}}{h^3} Z_i(T)\right\}$$

Mit $V = \frac{M}{\rho} = \frac{N \mu m_p}{\rho} = \frac{N}{n}$, $n = \sum_i n_i$ und $S = \frac{\mathcal{S}}{N \mu m_p}$ folgt:

$$\frac{S}{N_0 k} = \frac{1}{\mu} \sum_i \frac{n_i}{n} \ln\left\{\frac{T^{5/2}}{P} \frac{n}{n_i} \frac{(2\pi m_i)^{3/2} k^{5/2} e^{5/2}}{h^3} Z_i(T)\right\}$$; S = Entropie pro Massen-einheit

Spezialfall: vollst. ionisiertes, einatomiges ideales Gas (nur "eine" Teilchensorte mit Masse μm_p): $\rightarrow Z_i$ nicht mehr von T abhängig

$$\rightarrow \frac{S}{N_0 k} = \frac{1}{\mu} \ln \frac{T^{5/2}}{P} + \text{const.}$$

b) <u>Entropie der schwarzen Strahlung</u>

$$\frac{\mathcal{S}}{V} = \frac{4}{3} a T^3$$

c) Entropie eines idealen, nicht rel. Gases mit Strahlung

$$V = \frac{N\mu m_p}{\varrho} \rightarrow \quad S_{Str} = \frac{4}{3}\frac{aT^3}{\varrho} = \frac{N_0 k}{\mu}\, 4\,\frac{P_{str}}{P_G}$$

$$\frac{S}{N_0 k} = \frac{1}{\mu}\left\{\ln\frac{T^{5/2}}{P_G} + 4\,\frac{P_{str}}{P_G}\right\} + \text{const.}$$

d) Entropie eines entarteten Elektronengases

$$\frac{S_e}{V} = (u_e + P_e - \mu n_e)/T = \frac{u_e + P_e}{T} - \psi n_e k \quad , \quad \mu = \psi k T$$

$= \text{chem. Potential}$

$$n_e = \int_0^\infty n_e(p)\,dp \quad : \text{Elektronendichte}$$

$$P_e = \frac{1}{3}\int_0^\infty n_e(p)\, p\,\frac{\partial\varepsilon(p)}{\partial p}\,dp \quad : \text{Elektronendruck}$$

siehe Abschnitt 14

$$u_e = \int_0^\infty n_e(p)\,\varepsilon(p)\,dp \quad : \text{innere Energie der Elektronen}$$

nicht-relativistische Entartung:

$$\frac{S_e}{V} = \frac{5}{2}\frac{P_e}{T} - \psi n_e k = n_e k\left\{\frac{5}{2}\,\frac{\frac{2}{3}F_{3/2}(\psi)}{F_{1/2}(\psi)} - \psi\right\}$$

$\rightarrow$ für $\psi \gg 1$: $\frac{S_e}{V} \approx \frac{\pi^2}{2}\frac{n_e k}{\psi} \sim n_e^{1/3}\, T$

▶ bei vollständiger Entartung ($\psi \to \infty \vee T \to 0$) : $S_e \to 0$

extrem relativistische Entartung:

$$\frac{S_e}{V} = 4\,\frac{P_e}{T} - \psi n_e k = n_e k\left\{4\,\frac{\frac{1}{3}F_3(\psi)}{F_2(\psi)} - \psi\right\}$$

$\rightarrow$ für $\psi \gg 1$: $\frac{S_e}{V} \approx \pi^2\frac{n_e k}{\psi} \sim n_e^{1/3}\, T$

▶ bei vollständiger Entartung ($\psi \to \infty \vee T \to 0$) : $S_e \to 0$

Vollständige Entartung : $\exists$ keine freien Quantenzustände mit $\varepsilon < \varepsilon_F$

$\rightarrow$ nur noch 1 makroskopischer Zustand

$\rightarrow \Gamma = 1 \rightarrow S = 0$

$$\frac{S_e}{N_0 k} = \frac{1}{\mu_e n_e k}\frac{\mathcal{S}_e}{V} = \begin{cases} \frac{1}{\mu_e}\left[\frac{5}{2}\frac{2/3\, F_{3/2}(\psi)}{F_{1/2}(\psi)} - \psi\right], & \text{nicht rel. Entartung} \\ \frac{1}{\mu_e}\left[4\frac{1/3\, F_3(\psi)}{F_2(\psi)} - \psi\right], & \text{extr. rel. Entartung} \end{cases}$$

e) Ideales Ionengas + entartetes Elektronengas + Strahlung

$$\frac{S}{N_0 k} = \frac{1}{\mu_i}\ln\frac{T^{5/2}}{P_i} + \frac{4}{\mu}\frac{P_{str}}{P_i} + \left\{\begin{array}{l} \frac{1}{\mu_e}\left[\frac{5}{3}\frac{F_{3/2}(\psi)}{F_{1/2}(\psi)} - \psi\right], \frac{p_F}{m_e c} \ll 1 \\ \frac{1}{\mu_e}\left[\frac{4}{3}\frac{F_3(\psi)}{F_2(\psi)} - \psi\right], \frac{p_F}{m_e c} \gg 1 \end{array}\right\} + \text{const.}$$

30.3. Der Entropieverlauf in Sternen

Betrachten hier nur den einfachen Fall : einatomiges, vollst. ionisiertes ideales Gas + Strahlung :

$$\rightarrow \quad S = \frac{N_0 k}{\mu}\ln\frac{T^{5/2}}{P_G} + \frac{4a}{3}\frac{T^3}{\varrho} + \text{const.}$$

Zusammenhang zwischen S und ∇_a: $\quad \nabla = \nabla_a \rightarrow dS = 0$

$$dS = \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_P dT + \left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T dP = 0$$

$$\nabla_a = \left(\frac{d\ln T}{d\ln P}\right)_S = -\frac{\left(\frac{\partial \ln S}{\partial \ln P}\right)_T}{\left(\frac{\partial \ln S}{\partial \ln T}\right)_P}$$

Für ideales Gas + Strahlung : $\quad \nabla_a = \dfrac{8-6\beta}{32-24\beta-3\beta^2} \quad ; \beta = \dfrac{P_G}{P}$

$\rightarrow$ kein Strahlungsdruck : $P = P_G$, $\beta = 1 \rightarrow \nabla_a = 2/5$, $\gamma = \frac{c_p}{c_v} = 5/3$

nur Strahlungsdruck : $P_G = 0$, $\beta = 0 \rightarrow \nabla_a = 1/4$, $\gamma = 4/3$

Verlauf von S durch einen Stern mit $\mu = \text{const.}$:

$$\frac{d\ln S(M_r)}{d\ln M_r} = \left(\frac{\partial \ln S}{\partial \ln P}\right)_T \frac{d\ln P}{d\ln M_r} + \left(\frac{\partial \ln S}{\partial \ln T}\right)_P \frac{d\ln T}{d\ln M_r}$$

$$= \left(\frac{\partial \ln S}{\partial \ln P}\right)_T \frac{d\ln P}{d\ln M_r}\left[1 - \frac{\nabla}{\nabla_a}\right]$$

$$\left(\frac{\partial \ln S}{\partial \ln P}\right)_T = -\frac{N_0 k}{\mu S}\left[1 + \frac{4aT^4}{3P_G}\right] = -\frac{N_0 k}{\mu S}\left[1 + 4\frac{P_{rad}}{P_G}\right]$$

▶ vernachlässigen den Strahlungsdruck (HR-Sterne $M \lesssim 10 M_\odot$: $P_{rad} \ll P_G$)

$$\rightarrow \quad \frac{dS}{dM_r} = \frac{N_0 k}{\mu}\frac{d\ln P}{dM_r}\left(\frac{\nabla}{\nabla_a} - 1\right) = \frac{N_0 k}{\mu P}\frac{GM_r}{4\pi r^4}\left(1 - \frac{\nabla}{\nabla_a}\right)$$

Fallunterscheidung:

a) Entropieverlauf in radiativen Gebieten: $\nabla = \nabla_r < \nabla_a$

▶ $\frac{dS}{dM_r} > 0$ Die Entropie nimmt nach aussen zu !

b) Entropieverlauf in Gebieten mit effektiver Konvektion: $\nabla = \nabla_a + \varepsilon$,

wobei $\varepsilon \lll 1$ (typisch $\varepsilon \sim 10^{-8}$)

▶ $\frac{dS}{dM_r} = -\frac{N_0 k}{\mu}\frac{GM_r}{4\pi r^4 P}\frac{\varepsilon}{\nabla_a} < 0$: Die Entropie fällt nach aussen ab; da $\varepsilon \lll 1$, ist sie für praktische Zwecke konstant.

$\rightarrow$ $\frac{dS}{dM_r} \approx 0$: adiabatische Konvektion : $S = \text{const.}$

c) Entropieverlauf in Gebieten mit ineffektiver Konvektion: $\nabla_a < \nabla < \nabla_r$

▶ $\frac{dS}{dM_r} < 0$: Die Entropie nimmt nach aussen merklich ab

Entropieverlauf bei chemisch inhomogenen Sternen : $\mu = \mu(M_r)$

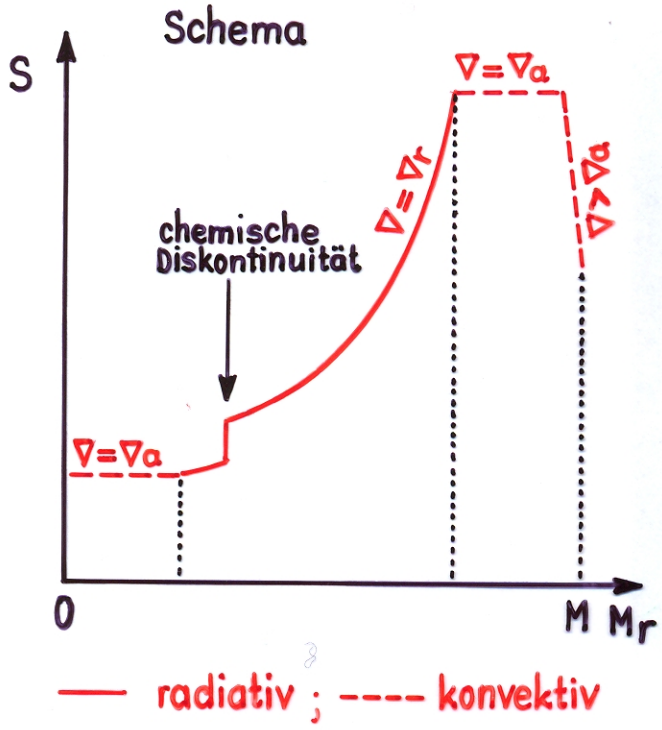
$$dS = \left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T dP + \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_P dT + \left(\frac{\partial S}{\partial \mu}\right) d\mu$$

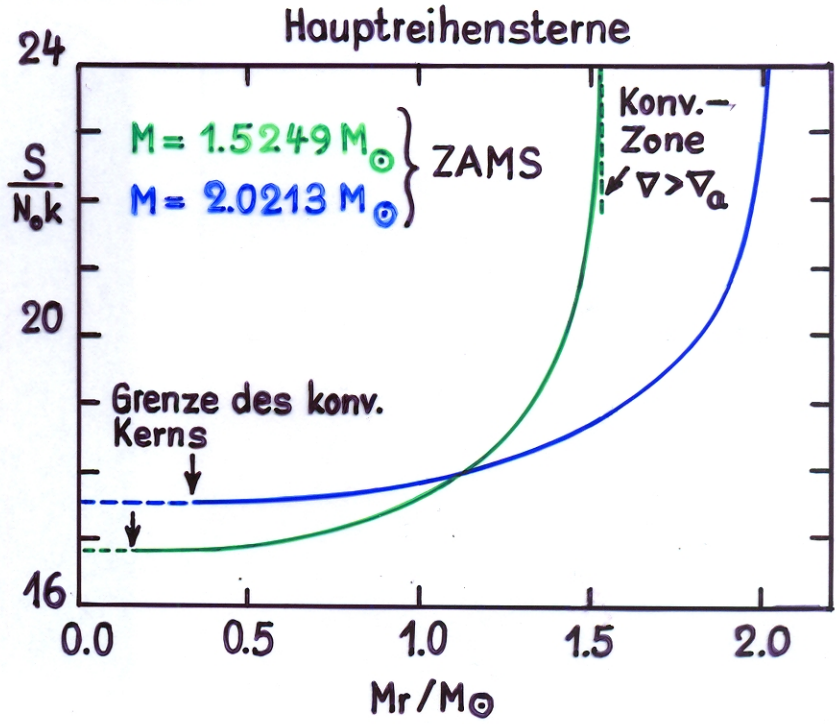
mit $\left(\frac{\partial S}{\partial \mu}\right)_{P,T} = -\frac{S}{\mu}$ wird

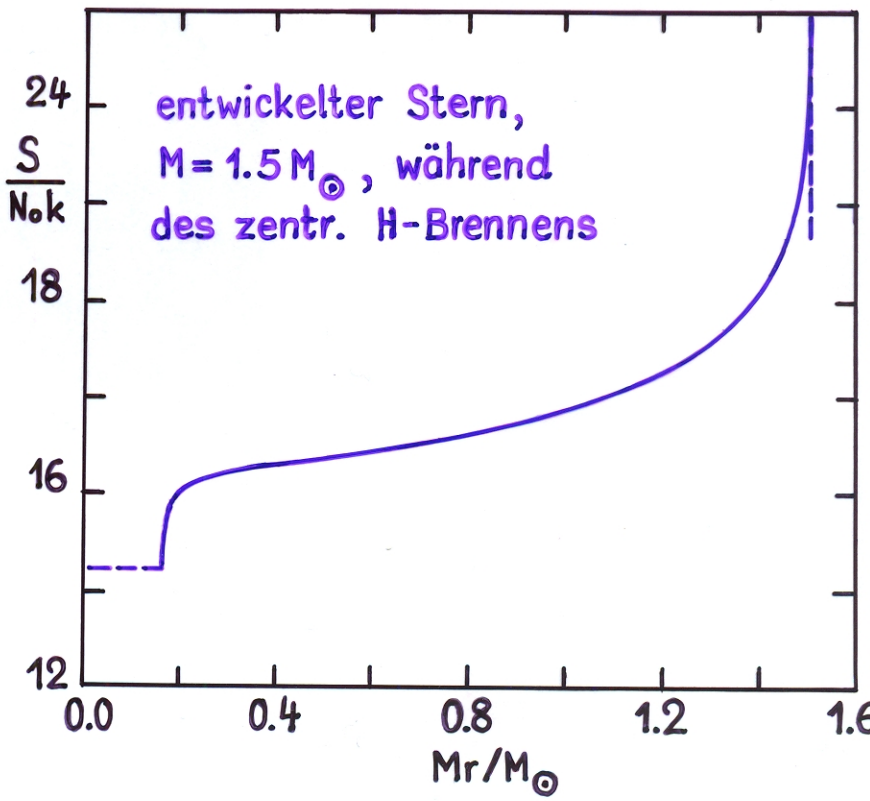
$$\frac{dS}{dM_r} = \frac{N_0 k}{\mu}\frac{G M_r}{4\pi r^4 P}\left(1-\frac{\nabla}{\nabla_a}\right) - \frac{S}{\mu}\frac{d\mu}{dM_r} \quad ; \quad \text{in Sternen: } \frac{d\mu}{dM_r} \leq 0$$

→ μ-Gradient hat stabilisierenden Einfluss gegen Konvektion.
(Entropie wächst stärker nach aussen)

Beispiele:







30.4. Reaktion auf schnellen Massenverlust (qualitative Diskussion)

Schneller Massenverlust: $\dot{M} < 0$ so, dass $S(M_r) \approx$ const.

Adiabatischer Massenverlust: $S(M_r) =$ const. (instantaner Massenverl.)

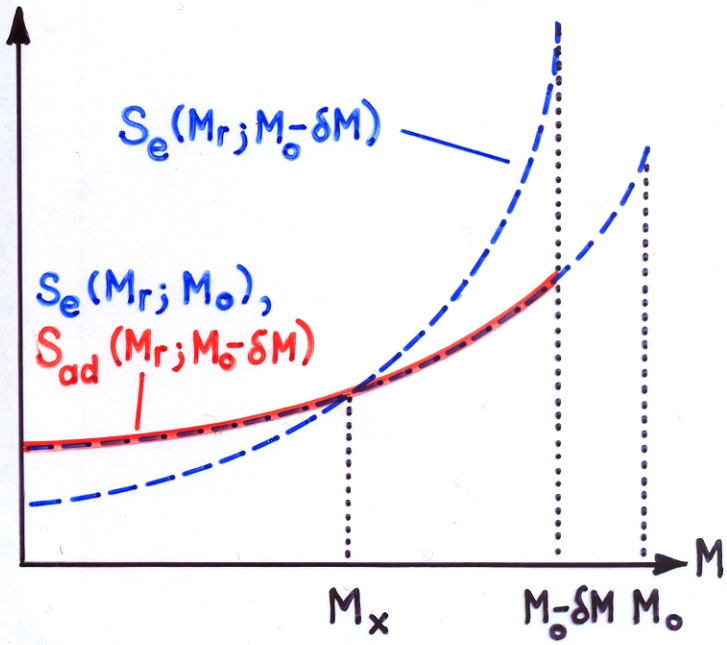
▶ Reaktion des Sterns hängt davon ab, wie $S_e(M_r)$ des jeweils zugehörigen Gleichgewichtsmodells, für das $\dot{S}(M_r) = 0$, verläuft

Fallunterscheidung:

a) Adiabatischer Massenverlust von Sternen mit radiativen Hüllen

(z.B. HR Sterne mit $M \gtrsim 1.5\,M_\odot$)

Betrachten Stern mit $M = M_0 - \delta M$ und vergleichen $S_{ad}(M_r; M) = S_e(M_r \leq M; M_0)$ mit $S_e(M_r; M)$



→ $M_r \gtrless M_x$: $S_{ad}(M_r; M) \lessgtr S_e(M_r; M)$

→ für $M_r > M_x$: Stern ist zu kühl

für $M_r < M_x$: Stern ist zu heiss

▶ sofern M_x/M genügend klein : Stern ist im Mittel zu kühl

→ $\zeta_S = \left(\frac{\partial \log R}{\partial \log M}\right)_S > 0$: Typische Reaktion von HR Sternen, solange $|\delta M/M_0| \ll 1$

▶ N.B. HR-Sterne haben im tiefen Inneren ein flaches Entropieprofil. → Wenn $|\delta M| \approx M_0$ (starker Massenverlust), reagieren sie ähnlich wie isentrope Sterne (Polytrope $n = 3/2$), d.h. $\zeta_S < 0$ (→ Hjellming und Webbink: 1987, Ap.J. 318, 794; Hjellming: 1988, Ph.D. thesis)

▶ wenn M_x/M hinreichend gross : Stern ist im Mittel zu heiss

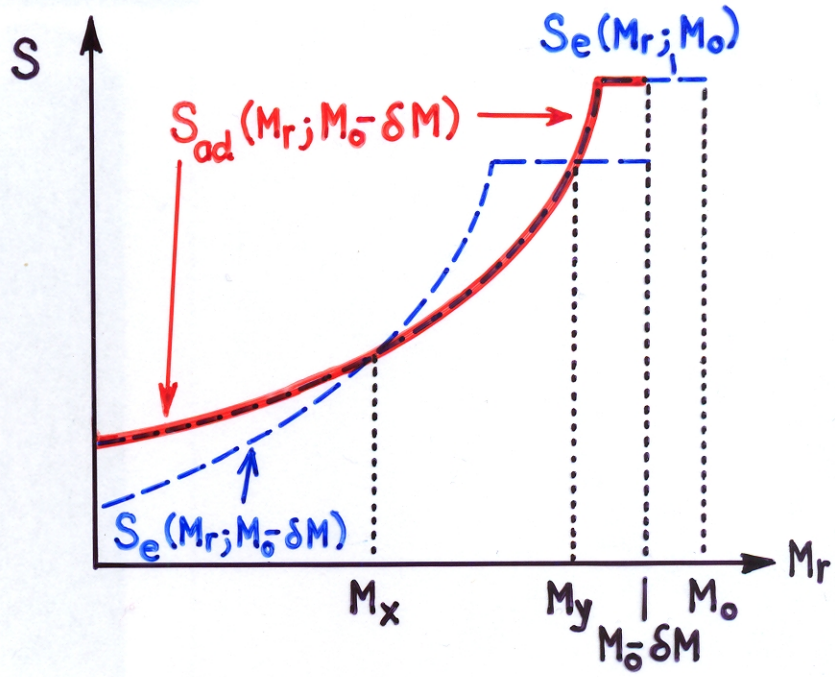
$\rightarrow$ $\underline{\zeta_s < 0}$

b) <u>Adiabatischer Massenverlust von Sternen mit einer konvektiven Hülle und einem radiativen Kern</u>

Beispiele : untere HR, $0.3\,M_\odot \lesssim M \lesssim 1\,M_\odot$
Sterne in der Nähe, aber (im HRD) links von der HL

Betrachten wieder Stern mit $M = M_o - \delta M$ und vergleichen

$S_{ad}(M_r; M) = S_e(M_r \leq M; M_o)$ mit $S_e(M_r; M)$



$\rightarrow$ finden typischerweise

für $M_r < M_x$ und $M_r > M_y$ $\Big\}$ $S_{ad} > S_e$

für $M_x < M_r < M_y$: $S_{ad} < S_e$

$\rightarrow$ für $M_r < M_x$ und $M_r > M_y$: Stern ist zu heiss

für $M_x < M_r < M_y$: Stern ist zu kühl

▶ Bei Sternen mit einer <u>tiefen äusseren Konvektionszone</u> dominiert der Bereich $M_y < M_r < M$. $\rightarrow$ Bei <u>adiabatischem Massenverlust</u> ist der <u>Stern im Mittel zu heiss</u>

$$\rightarrow \quad \underline{\zeta_s = \left(\frac{\partial \log R}{\partial \log M}\right)_s < 0} \quad \rightarrow \quad \underline{\text{Expansion}}$$

▶ Wenn $M_{conv} \ll M$ oder $\delta M > M_{conv}$: $\underline{\zeta_s > 0}$ $\rightarrow$ <u>Kontraktion</u>

c) Isentrope Sterne: $\frac{\partial S}{\partial M_r} = 0$

- vollkonvektive Sterne: in guter Näherung $P \sim T^{5/2}$, $\nabla_a = \frac{2}{5} = \text{const.}$

  $\rightarrow$ Polytrope $n = \frac{3}{2}$

  $\rightarrow$ $\left(\frac{\partial \log R}{\partial \log M}\right)_S = -\frac{1}{3}$

- Weisse Zwerge: vollständige Entartung $\rightarrow S \approx 0$

  nicht rel. Entartung: $P \sim \rho^{5/3} \rightarrow$ Polytrope $n = \frac{3}{2}$

  extrem rel. Ent.: $P \sim \rho^{4/3} \rightarrow$ Polytrope $n = 3$

  $\rightarrow n = 3/2 \rightarrow 3$: $\left(\frac{\partial \log R}{\partial \log M}\right)_S = -\frac{1}{3} \rightarrow -\infty$

  in jedem Fall: $\zeta_S < 0$

d) Thermische Relaxation: bei Massenverlust mit endlicher Zeitskala

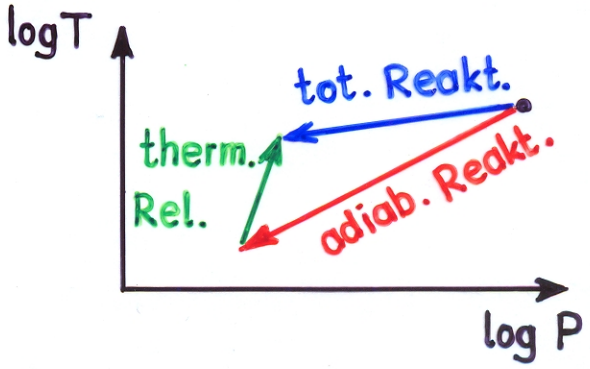
- Können Reaktion auf Massenverlust mit $\dot{M} < 0$ auffassen als Reaktion auf adiabatischen Massenverlust mit $\delta M < 0$ und thermischer Relaxation über die Zeit $\delta t = \delta M / \dot{M}$.

- adiabatischer Massenverlust: $\rightarrow S_{ad}(M_r; M) \neq S_e(M_r; M)$

  $\rightarrow$ Stern versucht $\Delta S = S_{ad} - S_e$ abzubauen: thermische Relaxation

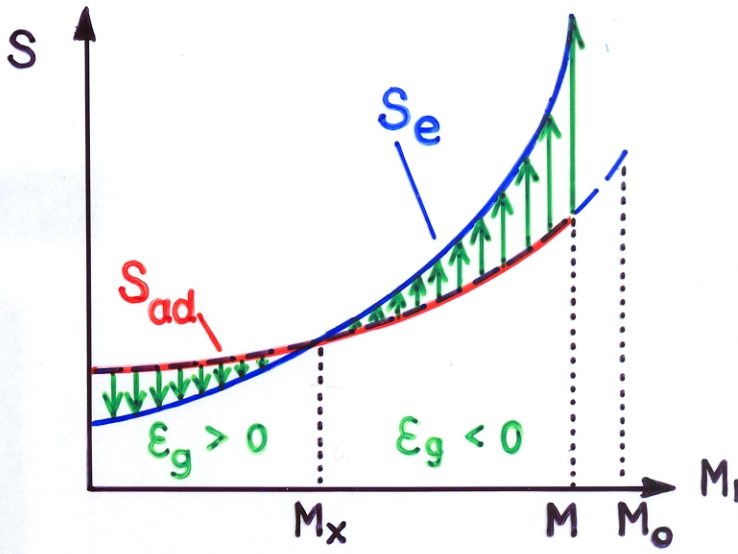
  $\rightarrow$ Energieerzeugung $\varepsilon_g(M_r) = -T(M_r) \frac{\partial S(M_r)}{\partial t}$

- Reaktion eines Sterns durch thermische Relaxation verläuft im wesentl. mit umgekehrtem Vorzeichen zur adiabatischen Reaktion, also:



adiabatische Reaktion	thermische Relaxation
Expansion	Kontraktion
Kontraktion	Expansion

Sterne mit radiativen Hüllen:



$M_r < M_x$: $S_{ad} > S_e \rightarrow \frac{\partial S}{\partial t} < 0$

$\rightarrow \varepsilon_g > 0$

$\int_0^{M_x} \varepsilon_g \, dM_r = L_+ > 0$

} Stern ist zu heiss und kühlt ab

$\rightarrow$ Tendenz zur Kontraktion

$M_x < M_r < M$: $S_{ad} < S_e \rightarrow \frac{\partial S}{\partial t} > 0$

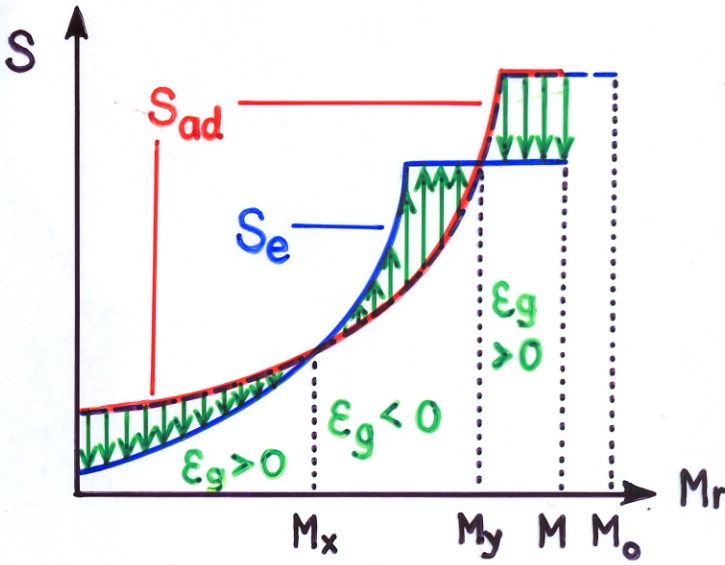
$\rightarrow \varepsilon_g < 0$

$\int_{M_x}^{M} \varepsilon_g \, dM_r = L_- < 0$

} Stern ist zu kühl und heizt sich auf

$\rightarrow$ Tendenz zur Expansion

Sterne mit konvektiven Hüllen



$\left.\begin{matrix} M_r < M_x \\ M_r > M_y \end{matrix}\right\}$ $S_{ad} > S_e \rightarrow \frac{\partial S}{\partial t} < 0$

$\rightarrow \varepsilon_g > 0$

$\int_0^{M_x} \varepsilon_g \, dM_r + \int_{M_y}^{M} \varepsilon_g \, dM_r = L_+ > 0$

$\rightarrow$ Stern ist zu heiss und kühlt ab

$\rightarrow$ Tendenz zur Kontraktion

$M_x < M_r < M_y$: $S_{ad} < S_e \rightarrow \frac{\partial S}{\partial t} > 0 \rightarrow \varepsilon_g < 0$

$\int_{M_x}^{M_y} \varepsilon_g \, dM_r = L_- < 0$

} Stern ist zu kühl und heizt sich auf

$\rightarrow$ Tendenz zur Expansion

▶ Fazit: wenn $L_g = L_+ + L_-$

> 0 : Stern im Mittel zu heiss $\rightarrow$ Kontraktion

< 0 : Stern im Mittel zu kühl $\rightarrow$ Expansion

30.5. Massenverlust von konvektiven Hüllen

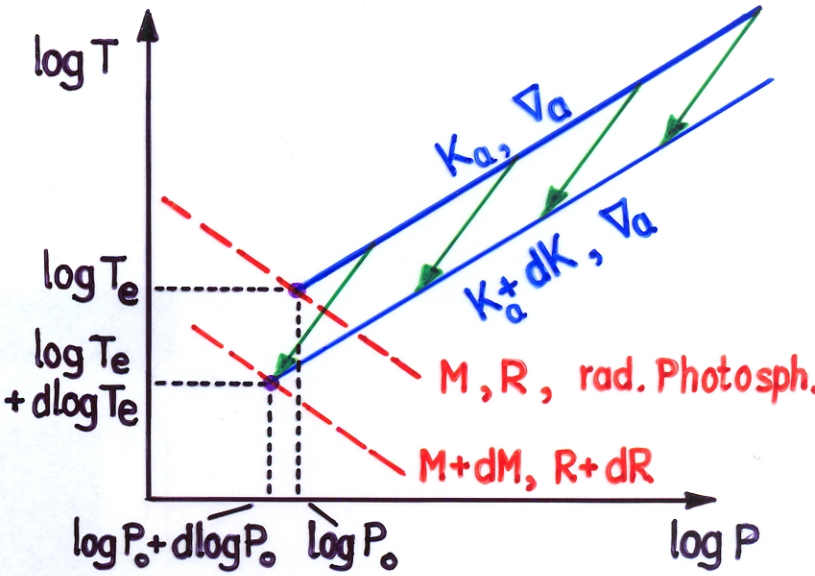
(nach D. Lauterborn und A. Weigert: 1972, Astron. Astrophys. 18, 294)

Vereinfachungen

1) in der konvektiven Hülle sei $\nabla = \nabla_a = \text{const.}$

$\rightarrow$ bis zur Photosphäre (P_o, T_e) gilt:

$$P = K_a T^{1/\nabla_a}, \quad P \geq P_o$$



2) radiative Photosphäre

$$\left.\begin{aligned} \frac{dP}{d\tau} &= \frac{g}{\varkappa} \\ T^4(\tau) &= \frac{3}{4} T_e^4 \left(\tau + \frac{2}{3}\right) \\ \varkappa &= \varkappa_o P^a T^b \end{aligned}\right\} \rightarrow P_o = P(\tau = 2/3) = \text{const.} \left(\frac{M}{R^2} T_e^{-b}\right)^{\frac{1}{a+1}}$$

(vgl. Abschnitt 20.1.)

Massenverlust: $M \rightarrow M + dM \rightarrow P \rightarrow P + dP, \quad T \rightarrow T + dT, \quad K_a \rightarrow K_a + dK_a$

$P_o \rightarrow P_o + dP_o, \quad T_e \rightarrow T_e + dT_e$

$$\varepsilon_g = -T \frac{\partial S}{\partial t} = -c_p T \left(\frac{\dot{T}}{T} - \nabla_a \frac{\dot{P}}{P}\right) = c_p T \left[\left(\frac{d\ln T}{dt}\right)_a - \frac{d\ln T}{dt}\right]$$

Mit $P = K_a T^{1/\nabla_a}$ folgt: $\frac{\dot{P}}{P} = \frac{\dot{K}_a}{K_a} + \frac{1}{\nabla_a} \frac{\dot{T}}{T}$: $\rightarrow$ $\underline{\underline{\varepsilon_g = c_p T \nabla_a \frac{\dot{K}_a}{K_a}}}$

$$\rightarrow L_g = \int_{M_{conv}} \varepsilon_g \, dM_r = \int_{M_{conv}} c_p T \nabla_a \frac{\dot{K}_a}{K_a} dM_r = \frac{c_p}{c_v} \nabla_a \frac{\dot{K}_a}{K_a} \underbrace{\int_{M_{conv}} c_v T \, dM_r}_{\text{= thermische Energie der Konvektionszone}} = \frac{c_p}{c_v} \nabla_a \frac{\dot{K}_a}{K_a} E_{th}$$

▶ <u>Definition</u>: thermische Zeitskala (der Hülle): $\tau_{th} = \frac{E_{th}}{L_g}$

$$\rightarrow \underline{\tau_{th} = \frac{E_{th}}{L_g} = \frac{c_v}{c_p} \frac{1}{\nabla_a} \frac{K_a}{\dot{K}_a}}$$

Für die adiabatische Innenlösung gilt am Photosphärenpunkt (P_o, T_e):

$$\left(\frac{d\ln T_e}{dt}\right)_a - \frac{d\ln T_e}{dt} = \nabla_a \frac{\dot P_o}{P_o} - \frac{\dot T_e}{T_e} = \frac{\varepsilon_g}{c_p T_e} = \nabla_a \frac{\dot K_a}{K_a} = \frac{c_v}{c_p}\tau_{th}^{-1}$$

Mit $\varphi = \frac{d\ln T_e}{d\ln M} = \frac{\dot T_e/T_e}{\dot M/M} = -\frac{\dot T_e}{T_e}\tau_M$, wobei $\tau_M = -\frac{M}{\dot M}$, folgt:

$$\frac{\dot P_o}{P_o} = \frac{1}{\nabla_a}\left\{\frac{c_v}{c_p}\tau_{th}^{-1} + \frac{\dot T_e}{T_e}\right\} = \frac{1}{\nabla_a}\left\{\frac{c_v}{c_p}\frac{1}{\tau_{th}} - \frac{\varphi}{\tau_M}\right\} \quad (1)$$

: Bedingung aus der Innenlösung

$$(a+1)\frac{\dot P_o}{P_o} = \frac{\dot M}{M} - \frac{\dot L}{L} + (4-b)\frac{\dot T_e}{T_e} = -\frac{1}{\tau_M} - \frac{\dot L}{L} - (4-b)\frac{\varphi}{\tau_M} \quad (2)$$

$$= \frac{\dot M}{M} - 2\frac{\dot R}{R} - b\frac{\dot T_e}{T_e} = -\frac{1}{\tau_M} - 2\frac{\dot R}{R} + b\frac{\varphi}{\tau_M} \quad (3)$$

Bedingungen aus der Photosphären-lösung

Elimination von $\dot P_o/P_o$ aus (1) und (2) bzw. aus (1) und (3) ergibt:

▶ $$\frac{d\log L}{d\log M} = 1 + \frac{c_v}{c_p}\frac{a+1}{\nabla_a}\frac{\tau_M}{\tau_{th}} - \left(\frac{a+1}{\nabla_a} + (b-4)\right)\varphi$$

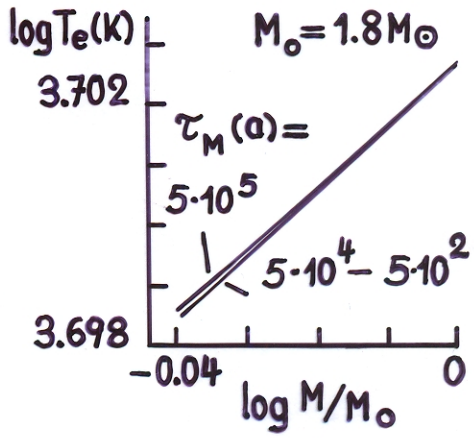
▶ $$\frac{d\log R}{d\log M} = \frac{1}{2}\left[1 + \frac{c_v}{c_p}\frac{a+1}{\nabla_a}\frac{\tau_M}{\tau_{th}} - \left(\frac{a+1}{\nabla_a} + b\right)\varphi\right]$$

$\frac{d\log L}{d\log M}$ und $\frac{d\log R}{d\log M}$ hängen von τ_M/τ_{th} ab!

Numerische Werte für φ, a und b:

$a = 0.5$, $b = 5.5$ für H^- Opazität (→ Abschnitt 20.1)

$$\varphi = \frac{d\log T_e}{d\log M} \approx 0.11 \cdots 0.17$$



(Lauterborn und Weigert, 1972)

▶ <u>für schnellen Massenverlust</u> ($\tau_M/\tau_{th} \to 0$) folgt:

$$\lim_{\frac{\tau_M}{\tau_{th}} \to 0} \frac{d\log R}{d\log M} = \zeta_s \quad \text{(adiab. Massenverlust)}$$

$$= \frac{1}{2}\left\{1 - \left(\frac{a+1}{\nabla_a} + b\right)\varphi\right\}$$

$$\rightarrow \quad \frac{d\log R}{d\log M} = \zeta_s + \frac{a+1}{2\gamma\nabla_a}\frac{\tau_M}{\tau_{th}}$$

→ Stern expandiert bei Massenverlust, je kleiner τ_M/τ_{th} desto stärker

30.6. Ergebnisse numerischer Rechnungen

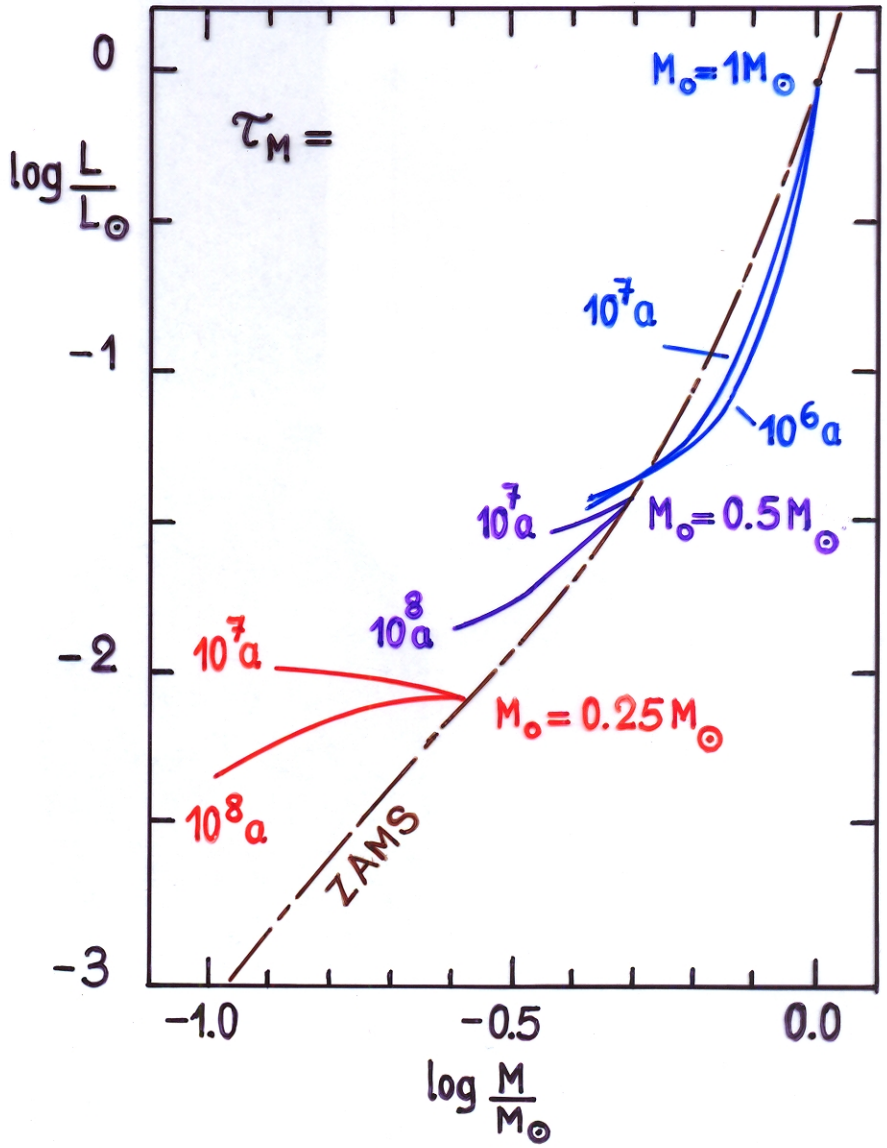
∃ nur sehr wenige Studien an realistischen Modellen (z.B. von Lauterborn und Weigert, 1972, $1.8\,M_\odot$ Riese; Whyte und Eggleton, 1980, für die untere HR, $M \lesssim 1M_\odot$; Hjellming, 1988, für $0.25M_\odot \leq M \leq 20M_\odot$, HR→Riesen)

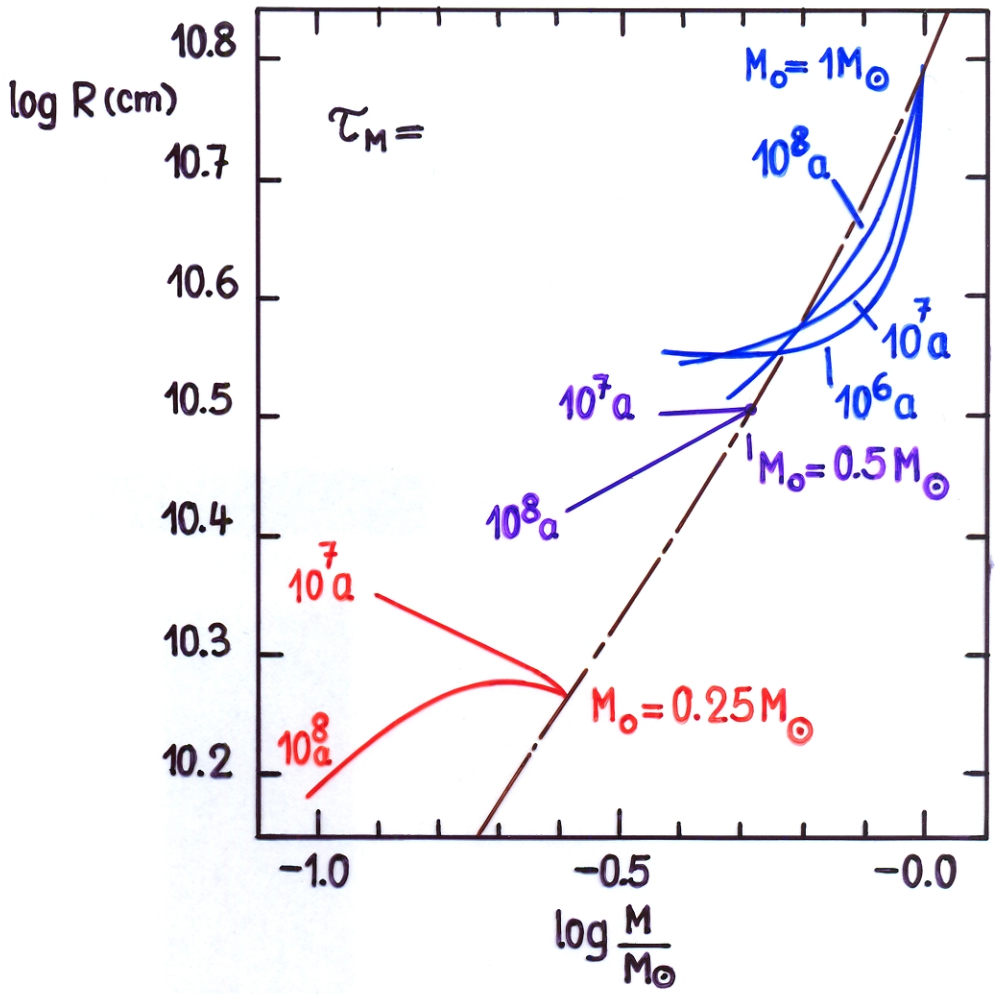
Dagegen sind polytrope Modelle eingehend studiert (z.B. von Paczyński, 1965; Heisler und Alcock, 1986; Hjellming und Webbink, 1987)

Beispiele:

a) Massenverlust von massearmen HR-Sternen

(C. Whyte, P. Eggleton: 1980, Monthly Notices Roy. Astron. Soc. 190, 801)

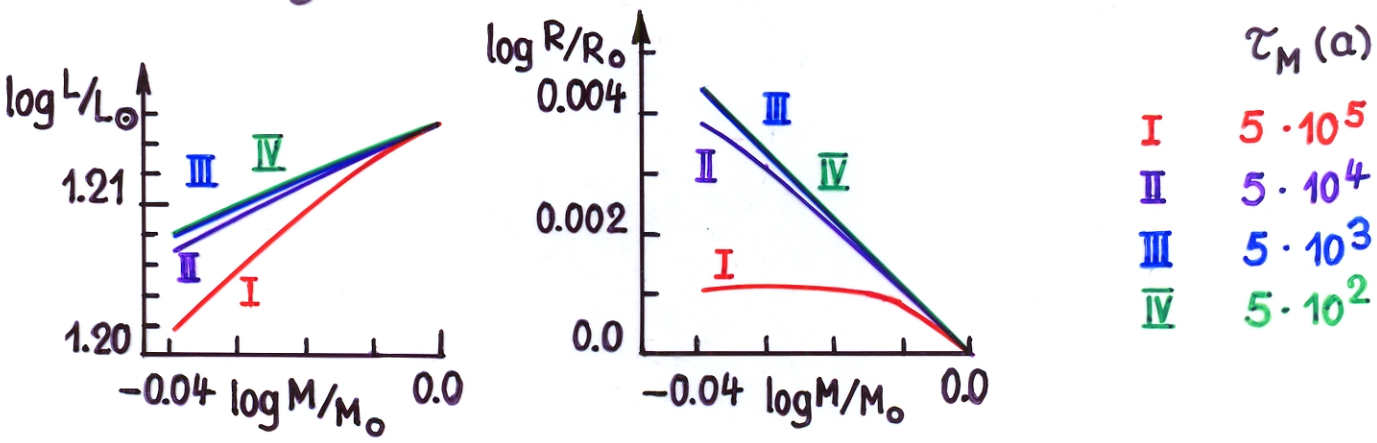




b) Massenverlust von einem Riesen

(D. Lauterborn, A. Weigert : 1972, Astron. Astrophys. 18, 294)

$M_o = 1.8 M_\odot$, $\log L/L_\odot = 1.215$, $\log T_e(K) = 3.703$, $\log R/R_\odot = 0.726$
$M_{He} = 0.205 M_\odot$, $X_o = 0.602$, $Z = 0.044$, $\ell/H_p = 1.5$



c) Massenverlust von Polytropen

(J. Heisler, C. Alcock : 1986, Astrophys. J. 306, 166
M.S. Hjellming, R.F. Webbink : 1987, Astrophys. J. 318, 794)

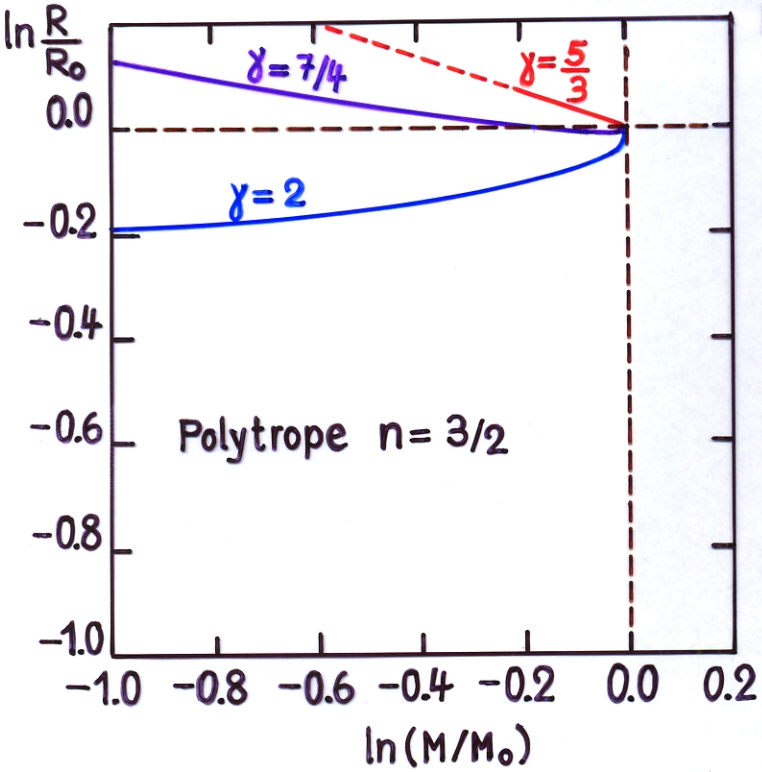
c1) Polytrope mit Druckschichtung $P \sim \varrho^{1+1/n}$ und Adiabaten-exponent $\gamma = c_p/c_v = 1 + 1/n$

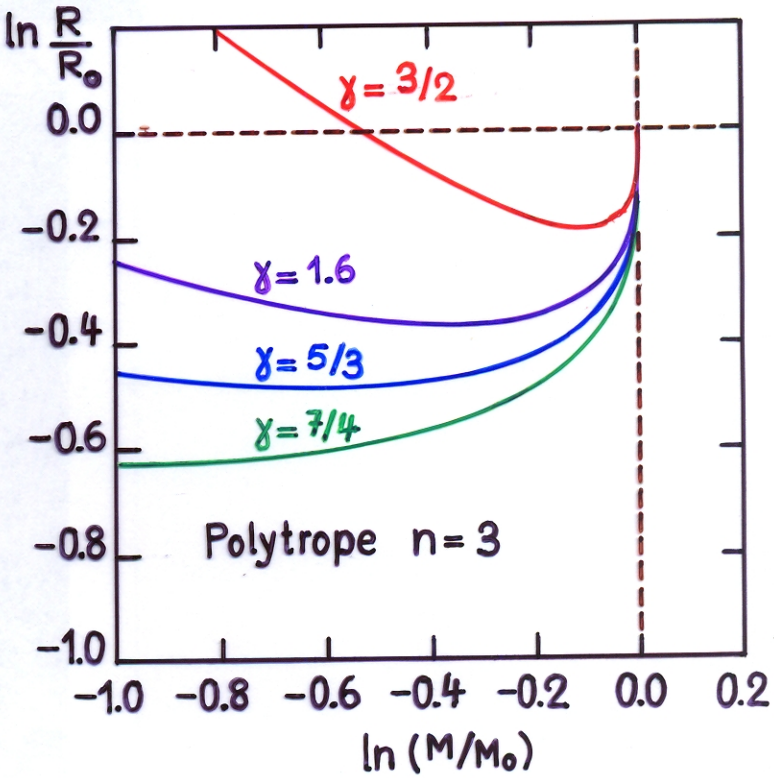
$$\rightarrow \quad \frac{d\log R}{d\log M} = \frac{1-n}{3-n}$$

(→ Polytrope Gaskugeln, Abschnitt 17)

c2) Polytrope mit $\gamma > 1 + 1/n$

→ nur Modelle mit $\gamma \approx 1 + 1/n$ expandieren bei Massenverlust, Modelle mit $\gamma > 1 + 1/n$ kontrahieren dagegen



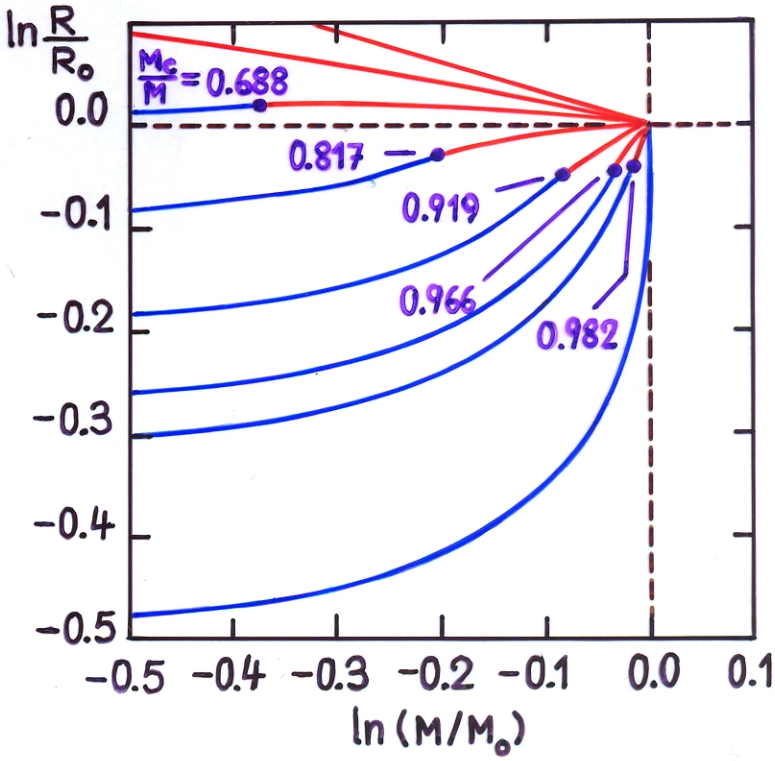


c3) Zusammengesetzte Polytrope

$0 < M_r < M_c$: $n = 3$
$M_c < M_r < M_0$: $n = 3/2$ } $\gamma = 5/3$

≙ radiativem Zentralgebiet + konvektiver Hülle

→ Approximation für die untere Hauptreihe

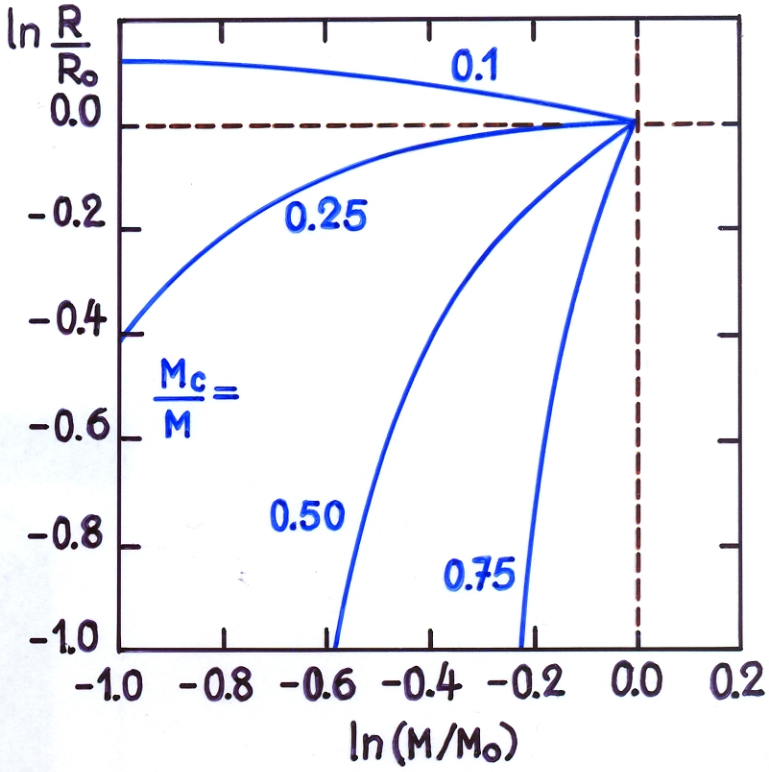


c4) Polytrope mit zentraler Punktmasse

zentrale Punktmasse M_c, polytrope Hülle

$M_c < M_r < M$: $n = 3/2$, $\gamma = 5/3$

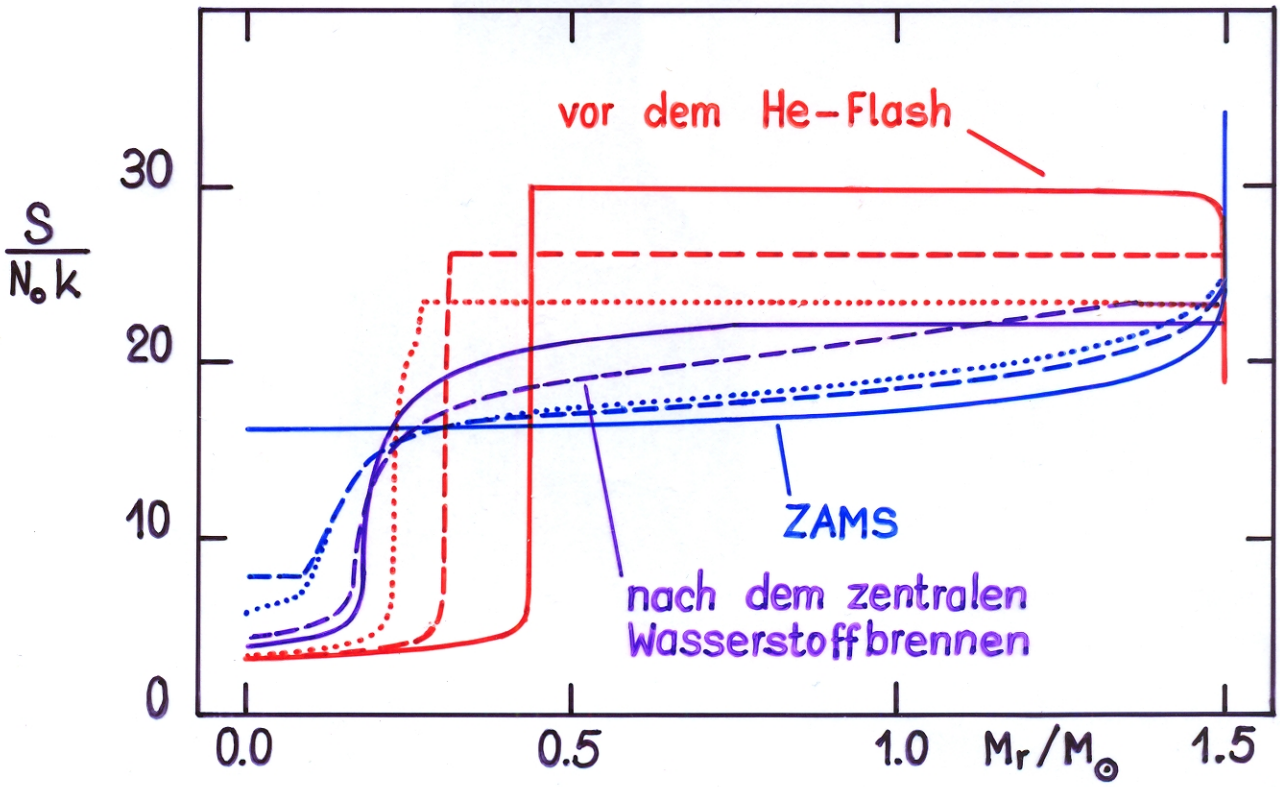
→ Approximation für Sterne mit entartetem Zentralgebiet, die an der HL stehen (Riesen, AGB-Sterne)



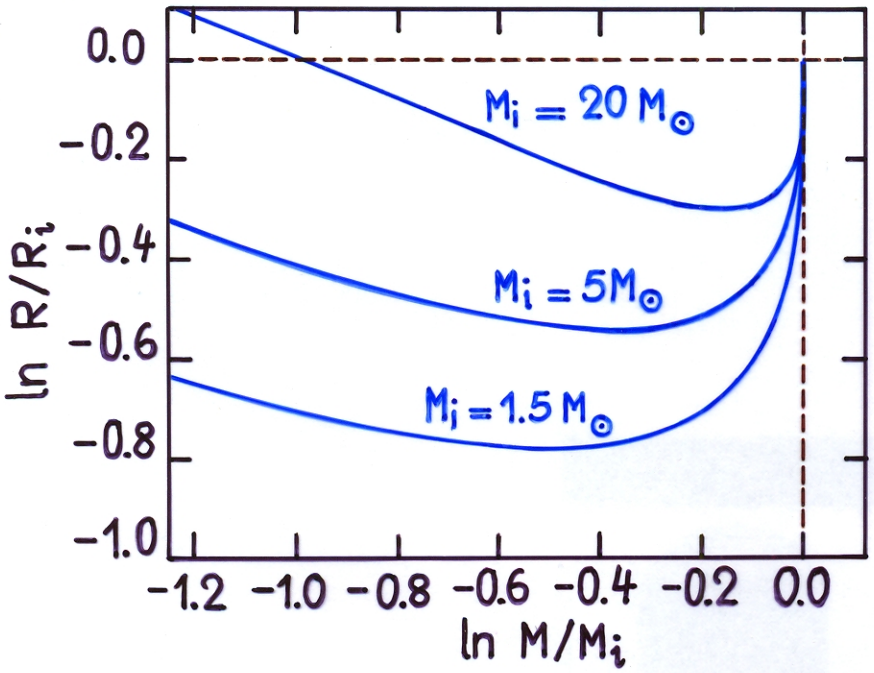
d) Adiabatischer Massenverlust von realistischen Sternmodellen

(M. Hjellming : 1988, Dissertation, Univ. of Illinois)

$M = 1.5\ M_\odot$; Entwicklung des Entropieverlaufs



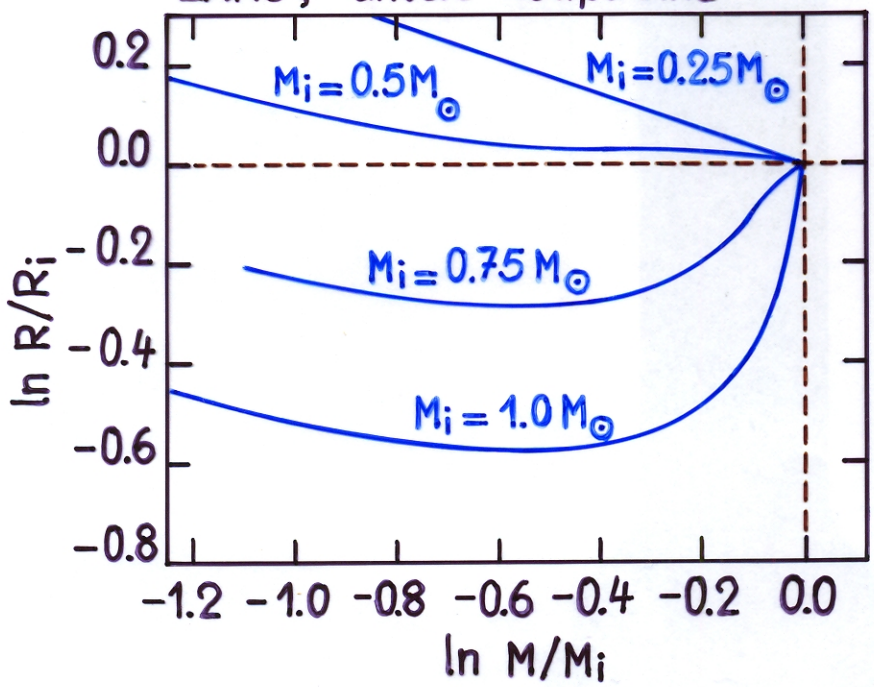
ZAMS, obere Hauptreihe



Mann beachte:

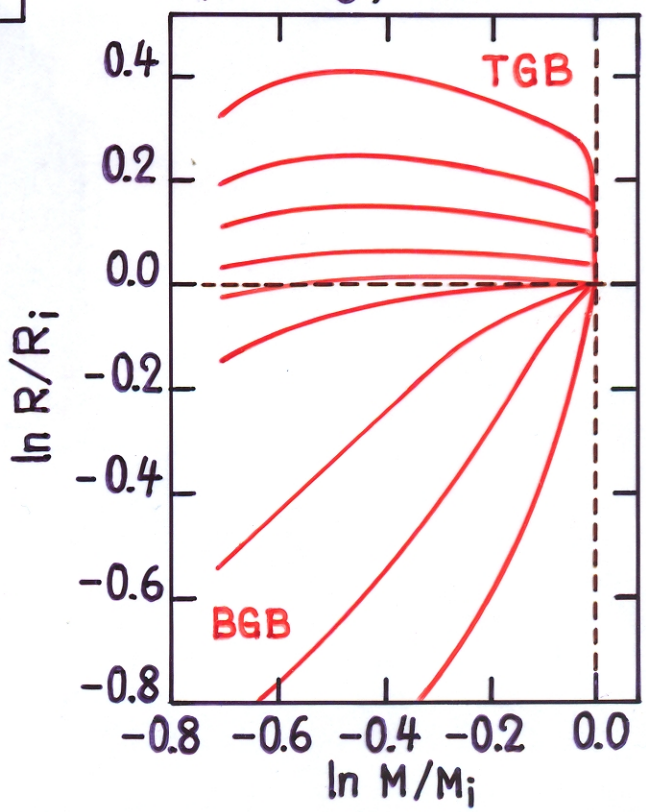
- starke Kontraktion, d.h. $\zeta_s \gg 1$, für $|\delta M/M_i| \ll 1$
- Expansion, d.h. $\zeta_s < 0$, bei starkem Massenverlust. Grund: Flaches Entropieprofil im tiefen Inneren und konvektiver Kern im Zentrum

ZAMS, untere Hauptreihe



- Sterne mit $M_i \lesssim 0.5\,M_\odot$ sind vorwiegend konvektiv geschichtet. $\rightarrow \zeta_s < 0$
- Sterne mit $M_i \gtrsim 0.7\,M_\odot$ sind vorwiegend radiativ. $\rightarrow$ Verhalten wie bei $M_i > 1\,M_\odot$

$M_i = 1.5\,M_\odot$, Riesenmodelle



BGB = unteres Ende des Riesenasts
TGB = oberes " " "
(kurz vor dem He-Flash)

- $\zeta_s \ll 0$ für $|\delta M/M_i| \ll 1$ bei den TGB-Modellen wegen ausgedehnter überadiabatischer Konvektionszone an der Oberfläche

30.7. Zusammenfassung

Faustregeln für das Verhalten von Sternen bei schnellem Massenverlust:

- je steiler $S(M_r)$ nach aussen ansteigt, desto stärker die Tendenz zur Kontraktion bei $\dot{M} < 0$, resp. desto stärker kontrahiert der Stern.

- je flacher das Entropieprofil, desto kleiner ist $\left(\frac{\partial \log R}{\partial \log M}\right)_s$

- isentrope Sterne (vollkonvektive Sterne, Sterne mit tiefen äusseren Konvektionszonen, Weisse Zwerge) expandieren bei schnellem Massenverlust

- Sterne mit radiativen Hüllen kontrahieren bei schnellem Massenverlust

- ausgedehnte überadiabatische Konvektionszonen führen zu sehr negativen Werten von ζ_s