Ludwig–Maximilians–Universität München

WS 2005/06

Innerer Aufbau und Entwicklung von Sternen

Teil II

Vorlesung von

Priv. Doz. Dr. H. Ritter und Priv. Doz. Dr. A. Weiss

Max–Planck–Institut für Astrophysik

85741 Garching

Inhaltsverzeichnis (Teil II) Seite

Inhaltsverzeichnis (Teil II) I

Literaturliste III

Grundgleichungen des Sternaufbaus (Repetition) IV

Kapitel IV: Entwicklung von Einzelsternen mit veränderlicher Masse VII

26. Verallgemeinerte Hauptreihen (VH) 26.1
    26.1. VH von Sternen mit zentralem Wasserstoffbrennen 26.1
    26.2. VH von Sternen mit zentralem Heliumbrennen 26.4
    26.3. VH von Sternen ohne zentrales Brennen 26.6
27. Massenverlust von Sternen 27.1
    27.1. Evidenz für Massenverlust 27.1
    27.2. Massenverlustraten, Massenverlustmechanismen 27.2
28. Entwicklung von massereichen Sternen ($M \gtrsim 15 M_\odot$) mit Massenverlust 28.1
    28.1. Das zentrale Wasserstoffbrennen 28.1
    28.2. Das zentrale Heliumbrennen 28.2
    28.3. Entwicklung nach dem zentralen Heliumbrennen 28.4
    Extrablatt: Semikonvektion SK 1
    28.4. Zusammenfassendes Entwicklungsschema 28.4
    28.5. Vergleich mit Beobachtungen 28.5
    Figuren zu 28.1 – 28.4. 28.6
    28.6. Entwicklung mit konvektivem Überschießen und Massenverlust 28.14
    28.7. Wolf-Rayet-Sterne 28.15
    Figuren zu 28.6 28.17
    28.8. Präsupernova–Entwicklung massereicher Sterne ($M \gtrsim 8 M_\odot$) 28.25
29. Entwicklung von Sternen mittlerer und kleiner Masse ($M \lesssim 10 M_\odot$) mit Massenverlust 29.1
    29.1. Allgemeines 29.1
    29.2. Entwicklung auf dem asymptotischen Riesenast (AGB) 29.4
    29.3. Entwicklung vom AGB zum Max($T_{\rm eff}$) 29.14
    29.4. Entwicklung zu den Weißen Zwergen 29.18
    29.5. Das Massenspektrum der Weißen Zwerge 29.27
    29.6. Massenverlust auf dem 1. Riesenast 29.28
    Figuren zu 29.2. und 29.3. 29.19
    Figuren zu 29.4. 29.25
30. Reaktion von Sternen auf schnellen Massenverlust 30.1
    30.1. Was versteht man unter schnellem Massenverlust? 30.1
    30.2. Die Entropie 30.2

Seite

30.3. Der Entropieverlauf in Sternen 30.5
30.4. Reaktion auf schnellen Massenverlust (qualitative Diskussion) 30.8
30.5. Massenverlust von konvektiven Hüllen 30.12
30.6. Ergebnisse numerischer Rechnungen 30.14
30.7. Zusammenfassung 30.19

Kapitel VII: Entwicklung von engen Doppelsternen 31.1

31. Grundlagen und Grundbegriffe 31.1
31.1. Warum sind Doppelsterne wichtig? 31.1
31.2. Das Roche-Potential 31.2
31.3. Konsequenzen des Roche-Modells 31.6
31.4. Das Algol-Paradoxon 31.8
31.5. Die Entwicklung zum halbgetrennten System 31.10
31.6. Stabilität gegen Massentransfer 31.12
32. Die archetypischen Fälle von konservativen Doppelsternentwicklungen 32.1
32.1. Entwicklung nach Fall A 32.1
32.2. Entwicklung nach Fall B, $M \gtrsim 2.5 M_\odot$ 32.6
32.3. Entwicklung nach Fall B, $M \lesssim 2.5 M_\odot$ 32.11
32.4. Entwicklung nach Fall C 32.27
32.5. Entwicklung nach Fall BB 32.32
33. Übersicht über die konservativen Entwicklungen 33.1
33.1. Grundlagen 33.1
33.2. Das $M_1 - R_1$- und das $M_1 - P$-Diagramm 33.2
33.3. Die Häufigkeit der verschiedenen Entwicklungen und der Endprodukte 33.5
34. Die Entwicklung der Sekundärkomponente 34.1
34.1. Nukleare Entwicklung 34.1
34.2. Akkretierende Sterne 34.2
34.3. Beispiele numerischer Rechnungen 34.5
34.4. Akkretion von Drehimpuls 34.10
35. Nicht-konservative Entwicklung von engen Doppelsternen 35.1
35.1. Evidenz für nicht-konservative Entwicklung 35.1
35.2. Entwicklung nach massearmem Fall B und Fall C (konvektiv) 35.7
35.3. Common-Envelope-Entwicklung 35.10
36. End- und Spätstadien der Doppelsternentwicklung 36.1
36.1. Klassifizierung 36.1
36.2. Die wichtigsten End- und Spätstadien 36.3

Vorlesung WS 2007/08

INNERER AUFBAU UND ENTWICKLUNG VON STERNEN, TEIL II

Literaturliste

A) Einführungen in den Inneren Aufbau und die Entwicklung von Sternen

Kippenhahn, R., Weigert, A.: **Stellar Structure and Evolution**, Astronomy and Astrophysics Library, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York (1990)

Böhm–Vitense, E.: **Introduction to Stellar Astrophysics, Vol. 3, Stellar Structure and Evolution**, Cambridge University Press, Cambridge (1992)

de Loore, C.W.H., Doom, C.: **Structure and Evolution of Single and Binary Stars**, Kluwer, Dordrecht (1992)

Hansen, C.J., Kawaler, S.D.: **Stellar Interiors — Physical Principles, Structure and Evolution**, Springer Verlag, Berlin (1994)

Huang, R.Q., Yu, K.N.: **Stellar Astrophysics**, Springer-Verlag, Singapore (1998)

Weiss, A., Hillebrandt, W., Thomas, H.-C., and Ritter, H. (eds.) **Cox & Giuli's Principles of Stellar Structure, Extended Second Edition**, Cambridge Scientific Publishers Ltd., Cambridge (2004, Nachdruck 2006)

B) Für die Entwicklung von Einzelsternen mit Massenverlust:

Chiosi, C., Maeder, A.: 1986, **The Evolution of Massive Stars with Mass Loss**, Ann. Rev. Astron. Astrophys. 24, 329–375

Vanbeveren, D., De Loore, W., Van Rensbergen, W.: 1998, **Massive stars**, Astron. Astrophys. Rev. 9, 63–152

Salaris, M., Cassisi, S., Weiss, A.: 2002, **Red Giant Branch Stars: The Theoretical Framework**, Publ. Astron. Soc. Pacific 114, 375–402

Salaris, M., Cassisi, S.: 2005, **Evolution of Stars and Stellar Populations**, J. Wiley & Sons, Ltd., Chichester

C) Für die Entwicklung enger Doppelsterne

Pringle, J.E., Wade, R.A. (eds.), **Interacting Binary Stars**, Cambridge University Press (1985)

Shore, S.N., Livio, M., van den Heuvel, E.P.J. (eds.), **Interacting Binaries**, Springer Verlag, Berlin (1994)

R.A.M.J. Wijers, Davies, M.B., and Tout, C.A. (eds.), **Evolutionary Processes in Binary Stars**, NATO ASI Series C, Vol. 477, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht (1996)

Lewin, W.H.G., van der Klis, M. **Compact Stellar X–Ray Sources** (eds.), Cambridge Astrophysics Series Vol. 39, Cambridge University Press, Cambridge (2006)

Grundgleichungen des Sternaufbaus

Einfachster Fall : sphärische Symmetrie (keine Rotation, keine Gezeitenkräfte, kein Magnetfeld)

unabhängige Variable: $M_r = \int_0^r 4\pi x^2 \rho(x)\,dx$, Lagrange'sche Massenvariable

t : Zeit

abhängige Variable : $P, T, r, L_r, \vec{X}_i$ (als Funktion von M_r und t)

Grundgleichungen:

1) Massengleichung: $$\frac{\partial r}{\partial M_r} = \frac{1}{4\pi r^2 \rho}$$

2) Bewegungsgleichung: $$\frac{\partial P}{\partial M_r} = -\frac{G M_r}{4\pi r^4} - \frac{1}{4\pi r^2}\frac{\partial^2 r}{\partial t^2}$$

3) Energieerzeugung: $$\frac{\partial L_r}{\partial M_r} = \varepsilon_N - \varepsilon_\nu \underbrace{- c_p \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\delta}{\rho}\frac{\partial P}{\partial t}}_{= \varepsilon_g \;=\; -T\frac{\partial S}{\partial t}} \quad ; \delta = -\left(\frac{\partial \ln \rho}{\partial \ln T}\right)_P$$

4) Energietransport

a) durch Strahlung: $$\frac{\partial T}{\partial M_r} = -\frac{3}{64\pi^2 a c}\frac{\bar{\varkappa}_R}{r^4 T^3} L_r \quad , \text{ wenn } \left(\frac{\partial \ln T}{\partial \ln P}\right)_{ad} > \left(\frac{\partial \ln T}{\partial \ln P}\right)_{rad}$$

mit $$\frac{1}{\bar{\varkappa}_R} = \int \frac{1}{\varkappa_\nu(\rho, T, \vec{X}_i)}\frac{\partial B_\nu(T)}{\partial T}\,d\nu$$, $\bar{\varkappa}_R$ = Rosseland-Mittel von $\varkappa_\nu$

b) durch Konvektion: $$\frac{\partial T}{\partial M_r} = \frac{T}{P}\left(\frac{\partial P}{\partial M_r}\right)\left(\frac{\partial \ln T}{\partial \ln P}\right)_{ad} \quad , \text{ wenn } \left(\frac{\partial \ln T}{\partial \ln P}\right)_{ad} < \left(\frac{\partial \ln T}{\partial \ln P}\right)_{rad}$$

5) Chemische Zusammensetzung

a) in radiativen Gebieten: $$\frac{\partial X_i}{\partial t} = \sum_n \frac{\varepsilon_{n\to i}}{E_{n\to i}} - \sum_k \frac{\varepsilon_{i\to k}}{E_{i\to k}} \quad \forall i$$

b) in konvektiven Gebieten: $$\frac{\partial X_i}{\partial t} = \frac{\int_{M_1}^{M_2}\left(\sum_n \frac{\varepsilon_{n\to i}}{E_{n\to i}} - \sum_k \frac{\varepsilon_{i\to k}}{E_{i\to k}}\right) dM_r}{M_2 - M_1} + \frac{X_2 - X_c}{M_2 - M_1}\frac{1}{2}\left[\frac{dM_2}{dt} + \left|\frac{dM_2}{dt}\right|\right] + \frac{X_1 - X_c}{M_2 - M_1}\frac{1}{2}\left[\left|\frac{dM_1}{dt}\right| - \frac{dM_1}{dt}\right]$$

Materialfunktionen

chemische Zusammensetzung: $\vec{X}_i$ = Massenanteil des Elements i

$$\left(\sum_i X_i = 1 \right)$$

üblich : $X = X_1$ ↑ H, $Y = X_2$ ↑ He, $Z = \sum_{i>2} X_i$ ↑ "Metalle" (C, N, O, Ne, Mg, Si, S, Fe ...)

Zustandsgleichung : $\rho = \rho(P, T, \vec{X}_i)$: Thermodynamik

nukl. Energieerzeugungsrate : $\varepsilon_N = \varepsilon_N(P, T, \vec{X}_i)$

Neutrinoverlustrate : $\varepsilon_\nu = \varepsilon_\nu(P, T, \vec{X}_i)$

} Kern- und Elementarteilchen-physik

Opazität : $\bar{\varkappa}_R = \bar{\varkappa}_R(P, T, \vec{X}_i)$: Atomphysik

Randbedingungen

im Zentrum : $r(M_r = 0) = 0 \quad \forall\, t$

$L_r(M_r = 0) = 0 \quad \forall\, t$

an der Oberfläche : $P_{Ph} = P(\tau = 2/3) = \frac{2}{3} \frac{GM}{R^2} \frac{1}{\bar{\varkappa}_{Ph}}$

$T^4(\tau) = \frac{3}{4} T_{eff}^4 (\tau + 2/3)$

} Photosphären-Bedingungen

Anfangsbedingung : $\vec{X}_i(M_r, t = 0)$

→ i.A. zeitl. Anfangswertproblem und räuml. Randwertproblem mit räuml. getrennten Randbedingungen

Zeitskalen

1) $\partial^2 r / \partial t^2$ → hydrostatische Zeitskala $\tau_h \approx (R^3/GM)^{1/2}$

2) $\partial S / \partial t$ → thermische Zeitskala, Kelvin-Helmholtz-Zeit $\tau_{KH} = GM^2/RL$

3) $\partial X_i / \partial t$ → nukleare Zeitskala $\tau_{n,i} = X_i / \dot{X}_i$, $\tau_n \approx E_n / L$

Hauptreihensterne

$t = t_* \; (=0)$: $\left(\frac{\partial X_i}{\partial M_r}\right)_{t=t_*} = 0$ → $\vec{X}_i(M_r, t_*)$: Urchemie , homogen

z.B. solare Zus. $X \approx 0.74$, $Y \approx 0.24$, $Z \approx 0.02$

Lösungen für $\vec{X}_i(M_r, t_*)$

→

Hauptreihensterne : 1) $L(M)$: Masse–Leuchtkraft–Beziehung
2) $R(M)$: Masse–Radius–Beziehung

aus 1) + 2) → 3) $T_{eff}(M)$

aus 1) + 3) → 4) $L(T_{eff})$: Hauptreihe

für $M \gtrsim 1 M_\odot$: $L \sim M^{3.5}$, $R \sim M^{0.6}$ $\Big\}$ $\tau_{HR} \sim \frac{E_N}{L} \sim \frac{M}{L} \sim M^{-2.5}$

→ Lebensdauer auf der HR nimmt mit wachsendem M rasch ab !

Faustregel : $\tau_{HR} \approx 10^{10}$ Jahre $\left(\frac{M}{M_\odot}\right)^{-2.5}$

Entwicklung des Zentralgebiets

$M \lesssim 1.5 M_\odot$: Zentralgebiet radiativ , Hülle konvektiv

$M \gtrsim 1.5 M_\odot$: $\boxed{\text{Zentralgebiet konvektiv}}$, Hülle radiativ

→ das konvektive Zentrum brennt auf einmal aus

▶ ∃ thermische Instabilität nach dem Ausbrennens des Kerns, wenn

$$q_{sc} = \frac{M_c}{M} \gtrsim 0.37 \left(\frac{\mu_H}{\mu_c}\right)^2 \approx 0.075$$: Schönberg–Chandrasekhar–Grenze

→ Entwicklung mit therm. Zeitskala zur HL → Hertzsprung–Lücke (für $2 M_\odot \lesssim M \lesssim 6 M_\odot$)

In jedem Fall : ∃ Wasserstoff–Schalenquelle um ausgebrannten Kern

Kern kontrahiert → ~ideales Gas → T_c ↑ → Zünden des He–Brennens ($M \gtrsim 2.5 M_\odot$)

→ Entartung → T_c ↓ → Zünden verhindert ($M \lesssim 2.5 M_\odot$)

VI ENTWICKLUNG VON EINZELSTERNEN MIT VERÄNDERLICHER MASSE

Motivation

veränderliche Masse

Massenverlust

kommt bei praktisch allen Einzelsternen in bestimmten Entwicklungsphasen vor

und bei Komponenten enger Doppelsterne (z.B. bei Algol-Systemen, Symbiotischen, Kataklysmischen und Röntgen-Doppelsternen)

Massengewinn (Akkretion)

spielt praktisch nur in engen Doppelsternen eine Rolle

⇒ Kapitel VII & VIII

Evidenz für Massenverlust bei Einzelsternen

a) direkt beobachtbar:

Windverluste bei allen leuchtkräftigen Sternen (heisse Sterne auf der HR, Wolf-Rayet-Sterne, kühle Sterne auf dem AGB) (spektroskopisch durch P Cyg-Profile)

Zirkumstellare Hüllen (Staubhüllen) bei kühlen Überriesen auf dem AGB (IR-Exzess, OH-, H_2O- und andere Maser, therm. Radiostrahlung)

Planetarische Nebel (direkt sichtbar oder spektroskopisch nachzuweisen)

b) indirekt:

Masse der Endprodukte < ursprüngliche Masse auf der HR (z.B. M_i-M_f-Rel. für Weisse Zwerge, vgl. dazu Abschn. 25)

Horizontalaststerne (hauptsächlich ein theoretisches Argument)

Lage der massereichen Sterne im HRD

26. Verallgemeinerte Hauptreihen (VH)

- VH sind Sequenzen chemisch inhomogener Gleichgewichtsmodelle mit M oder einer den Grad der Inhomogenität beschreibenden Grösse als Parameter. (Vgl. Giannone, Kohl, Weigert : ZfA 68, 107 (1968))

- VH sollen mögliche Überreste von Sternen nach einem schnellen Massenverlust (oder Gewinn) näherungsweise beschreiben.

- Können grob drei Typen von Modellen unterscheiden:

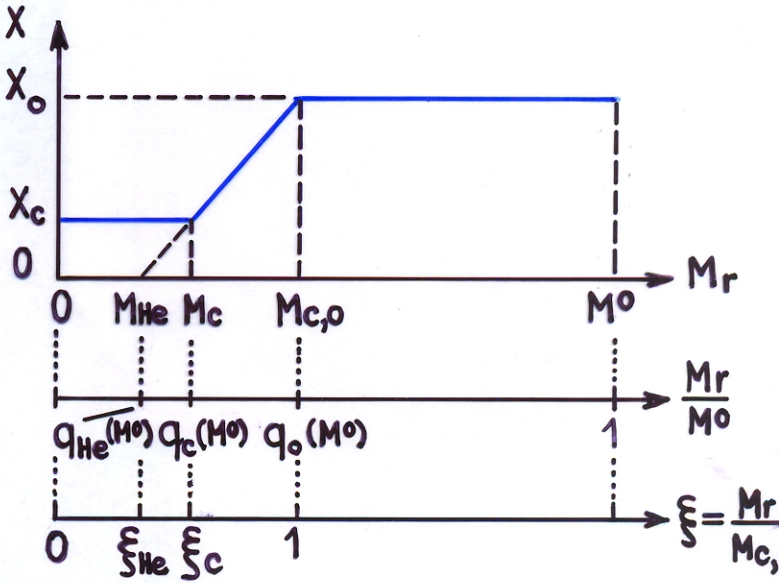
  1.) Modelle mit zentralem Wasserstoffbrennen
  2.) Modelle mit zentralem Heliumbrennen
  3.) Modelle ohne zentrales Brennen

26.1. VH mit zentralem Wasserstoffbrennen

- Grenzfall und Bezugspunkt: chem. homogene Gleichgewichtsmodelle mit zentralem Wasserstoffbrennen $\Leftrightarrow$ ZAMS (→ Abschnitt 19)

- Betrachten $X(M_r/M)$ eines Sterns mit $M^o \gtrsim 1.5 M_\odot$ während des zentralen Wasserstoffbrennens:

  $M_{c,o}$ = Masse des konvektiven Kerns auf der ZAMS
  M_{He} = Masse des He-Kerns am Ende des zentr. H-Brennens
  M_c = Masse des konv. Kerns während des zentr. H-Br.



→ Für geg. M^o und X_o ist $X(M_r)$ eindeutig durch 3 Parameter X_c, $M_{c,o}$ und M_c oder M_{He} definiert.

- je kleiner X_c, desto weiter ist der Stern entwickelt
  je grösser M^o, desto grösser $q_o(M^o) = M_{c,o}/M^o$

- Numerische Rechnungen zeigen: X_c, $M_{c,o}$ und M_c oder M_{He} sind nicht unabhängig voneinander! In 1. Näherung ist für $\xi_c < \xi < 1$

$$\underline{dX/d\xi = K = \text{const.} \approx 1} \rightarrow dX/dM_r = \frac{K}{M_{c,o}} = \frac{X_o}{M_{c,o} - M_{He}} \rightarrow K = \frac{X_o M_{c,o}}{M_{c,o} - M_{He}}$$

▶ $X(M_r)$ durch 2 Parameter (X_c und $M_{c,0}$ oder $q_0(M^0)$) eindeutig gegeben

$$\rightarrow \underline{M_{He} = M_{c,0}\,\frac{K-X_0}{K}} \quad \text{und} \quad \underline{M_c = M_{c,0}\,\frac{K-X_0+X_c}{K}}$$

Können nun verschiedene Sequenzen betrachten:

a) <u>$M\ (<M^0)$ variabel, mit X_c und $q_0(M) = M_{c,0}/M$ als Parameter</u>

→ wenn q_0=const., aber M variabel → $M_{c,0}$ ebenfalls variabel

▶ – Sequenzen mit $q_0(M)$= const. und X_c= const. verlaufen ~parallel zur ZAMS

– für kleines q_0 ist $(\partial T_{eff}/\partial q_0)_M < 0$

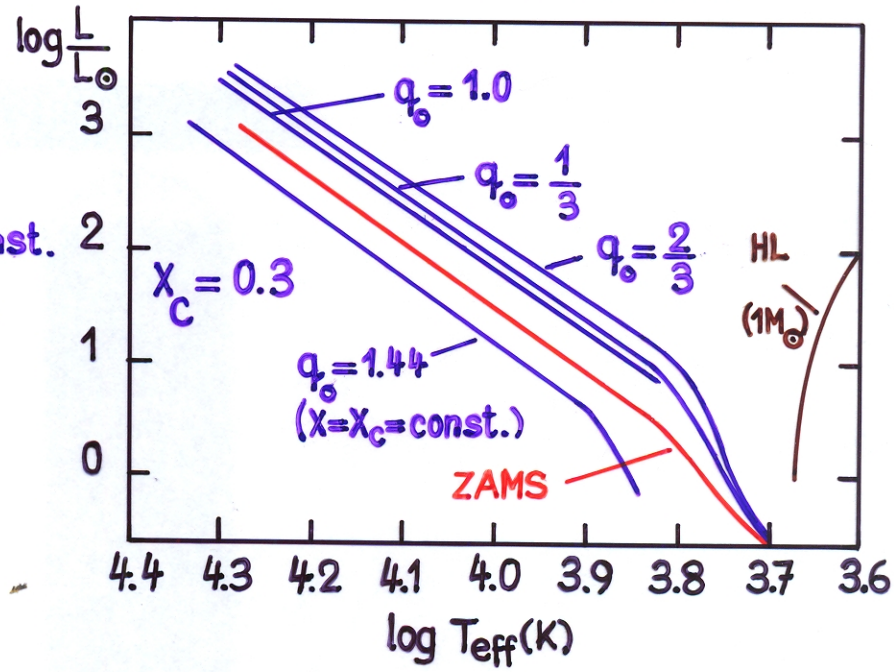
– für $q_0 \gtrsim 0.7 \cdots 0.8$ $(\partial T_{eff}/\partial q_0)_M > 0$

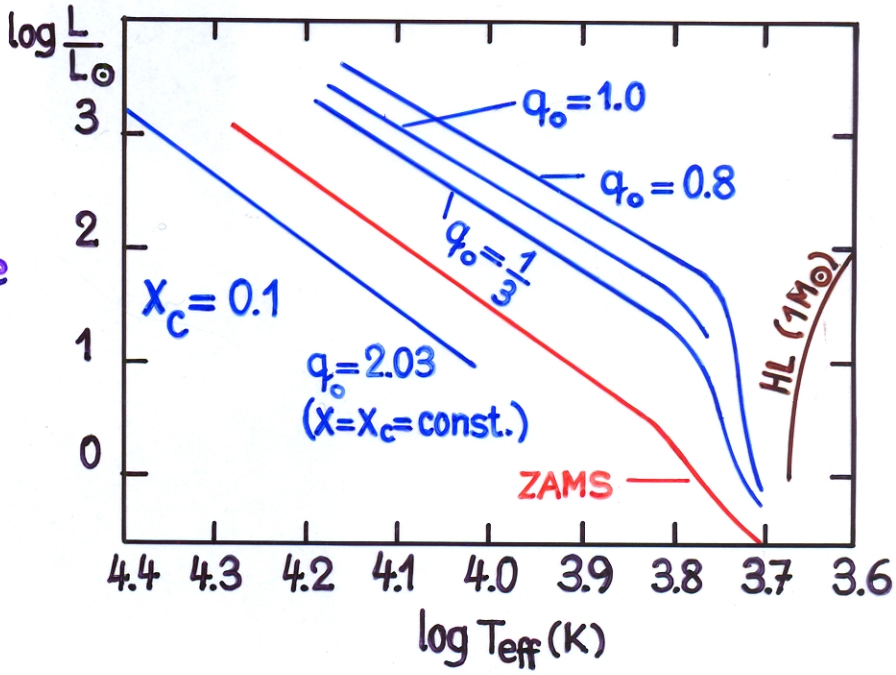
– für

$$q_0 \geq \frac{K}{K+X_c-X_0} \approx \frac{1}{1+X_c-X_0}$$

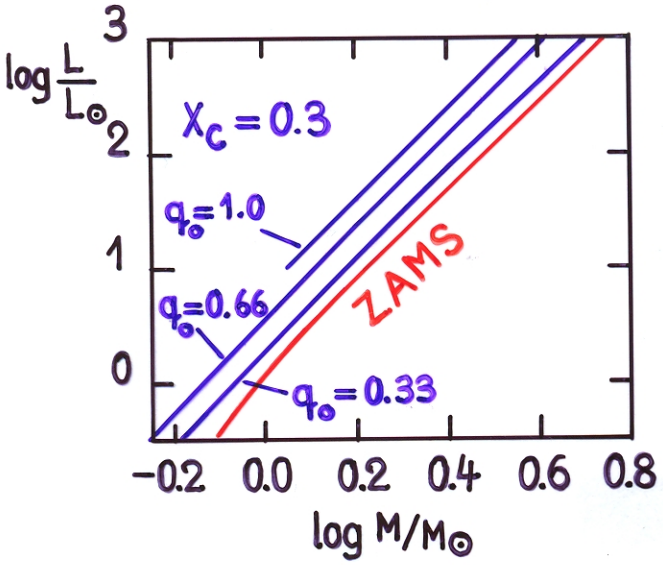
wieder homogene Sterne

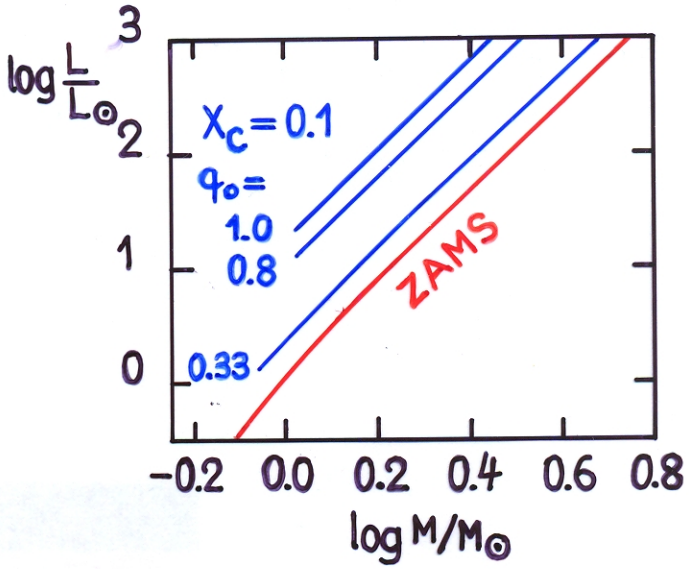
– je geringer X_c, desto stärker die Effekte





▶ Das Masse-Leuchtkraft-Diagramm zeigt, dass Sterne mit $X_c < X_0$ und $q_0 > 0$ eine höhere Leuchtkraft als die entsprechenden Sterne auf der HR haben

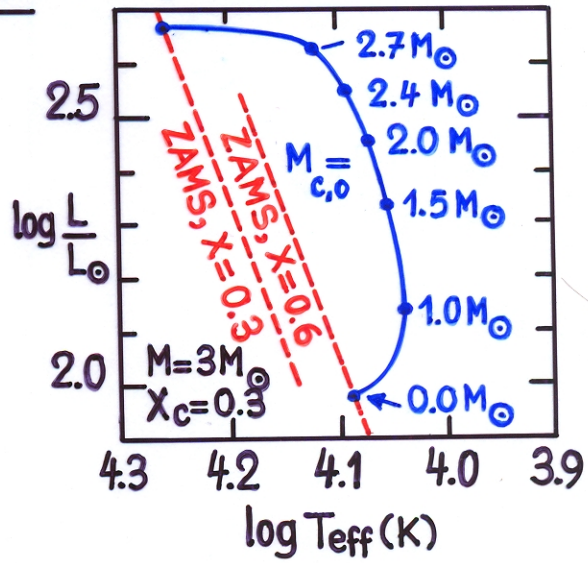




b) X_c = const., M = const., $M_{c,0}$ (q_0) variabel → M_c variabel

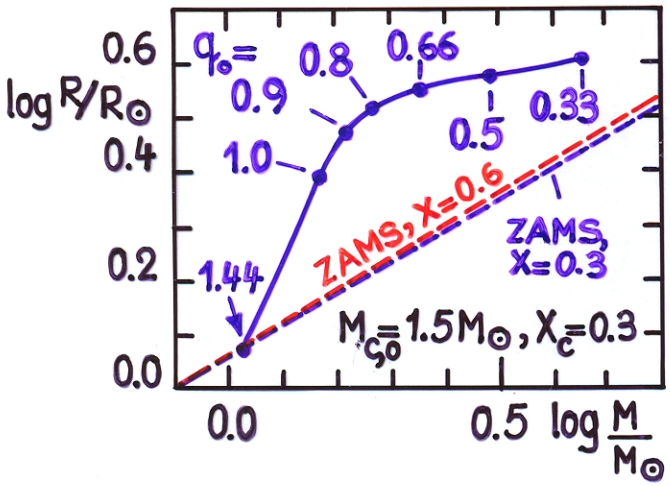
Sequenz führt von der HR mit $X = X_0 = 0.6$ ($q_0 = 0$) zur HR mit $X = X_c = 0.3$ ($q_0 \geqslant K/(K + X_c - X_0)$)

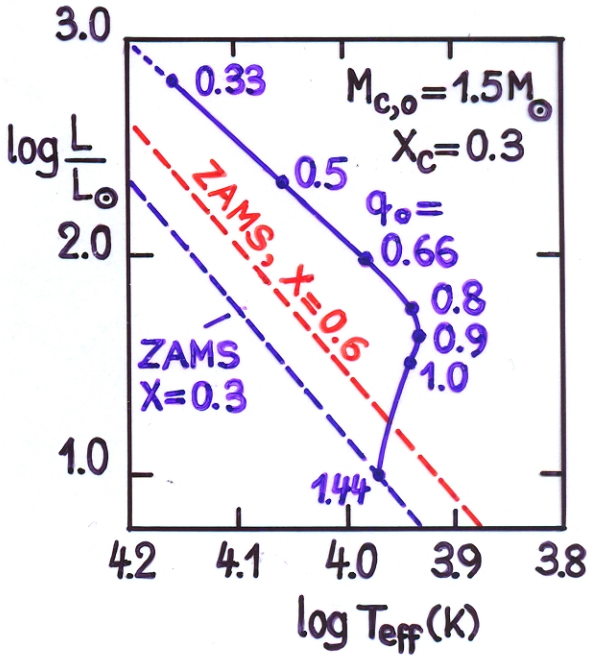
Modelle mit $q_0 > 0$, d.h. $M_{c,0} = q_0 M > 0$ haben gegenüber HR-Modellen mit gleichem M und $X = X_0$ eine grössere Leuchtkraft.



c) X_c = const., $M_{c,0}$ = const., M variabel

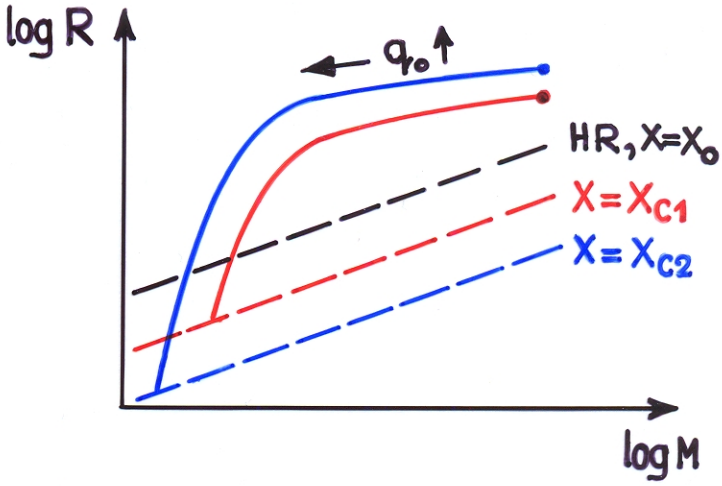
≙ Sequenz mit Massenverlust





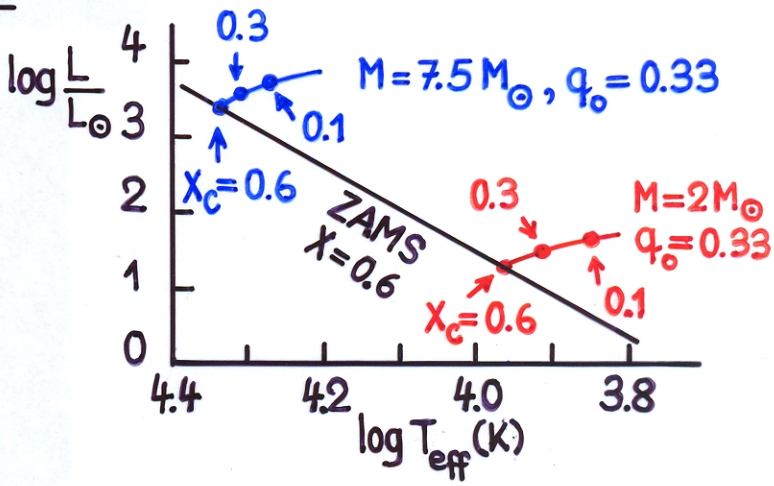
▶ Sterne mit $M_{c,0}$ = const. und abnehmender Masse bewegen sich etwa parallel zur HR solange $q_0 \lesssim 1$. Wenn $q_0 > 1$, wird der Stern wieder homogener und nähert sich der HR mit $X = X_c$

▶ Je geringer X_c, desto ausgeprägter die Abweichung von der HR ($q_o \lesssim 1$).



d) $M=$ const., $q_o=$ const., X_c variabel

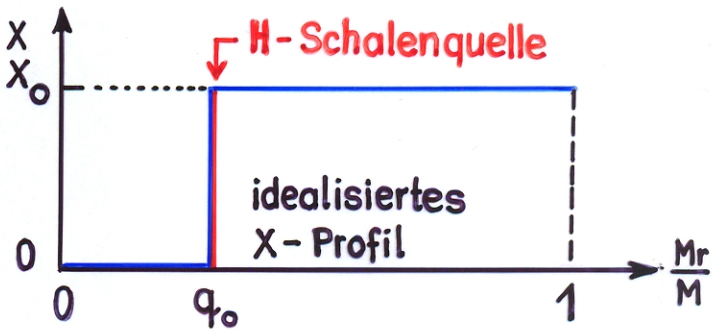
Dieser Fall entspricht der Pseudo-Entwicklung (q_o gleich $\forall M$); bei realer Entwicklung ist q_o abhängig von M.



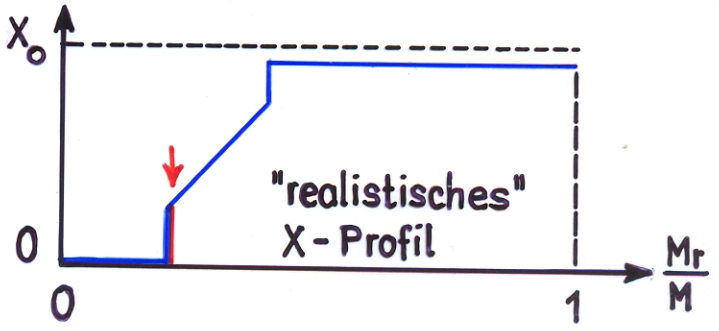
▶ Fazit: Sterne mit zentralem Wasserstoffbrennen stehen umso weiter von der ZAMS weg, je grösser der Grad der Inhomogenität der chemischen Zusammensetzung ist. (Faustregel)

26.2. VH von Sternen mit zentralem Heliumbrennen

Betrachten hier nur den einfachsten Fall: Gleichgewichtsmodelle am Beginn des zentralen He-Brennens mit Stufenprofil: $X(M_r < q_o M) = 0$ und $X(M_r > q_o M) = X_o$



Realistische X-Profile am Beginn des He-Brennens sind wesentlich komplizierter. Verhalten von Sternen mit solchen Profilen ist ebenfalls kompliziert (Schleifen im HRD)



▶ Beschränkung auf Modelle mit Stufenprofil

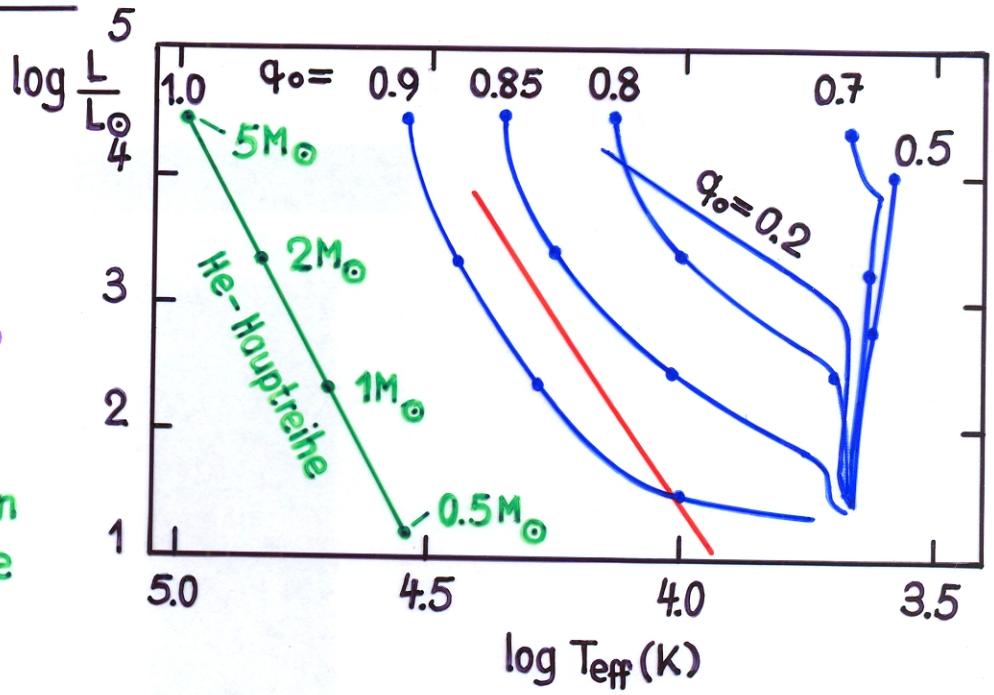
→ ∃ 2 freie Parameter : q_0 und M bzw. $M_C = M_{He} = q_0 M$ und M

Können wieder verschiedene Typen von VH unterscheiden :

a) q_0 = const., M variabel

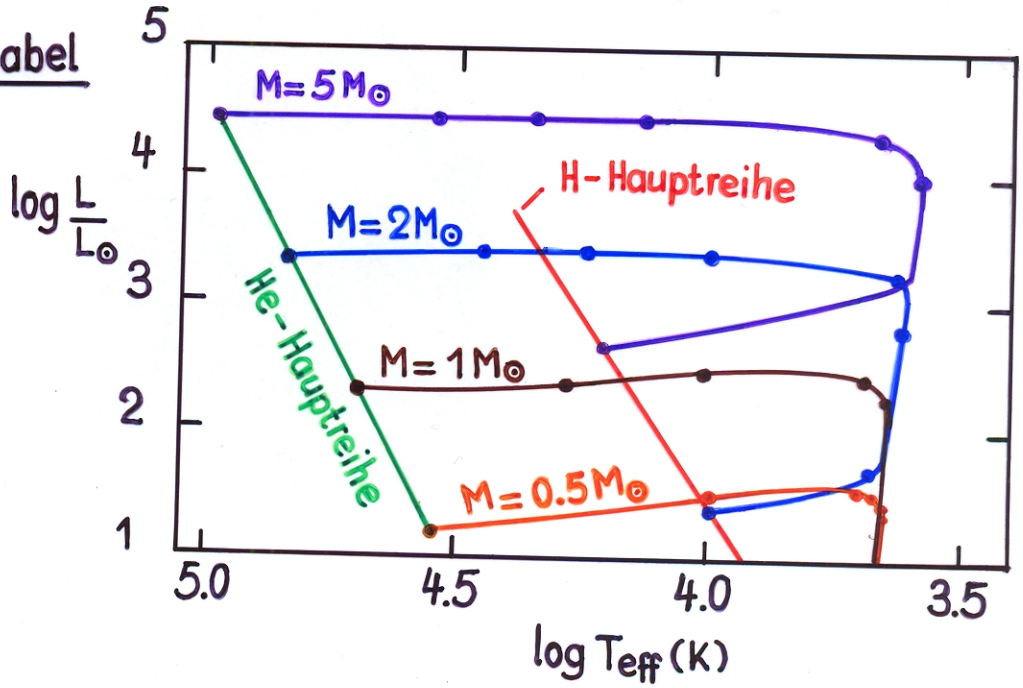
▶ Gleichgewichts-modelle existieren nur für $M_{He} = q_0 M \gtrsim 0.3 M_\odot$

▶ Modelle mit $q_0 = 1$ sind chem. homogen und bestehen aus He → sind auf der He-Hauptreihe



▶ Wichtigster Befund : Modelle mit $0.3 \lesssim q_0 \lesssim 0.7$ stehen an der Hayashi-line . Für $q \gtrsim 0.8$ ist T_{eff} stark von q_0 abhängig . L wächst monoton mit q_0

b) M=const., q_0 variabel

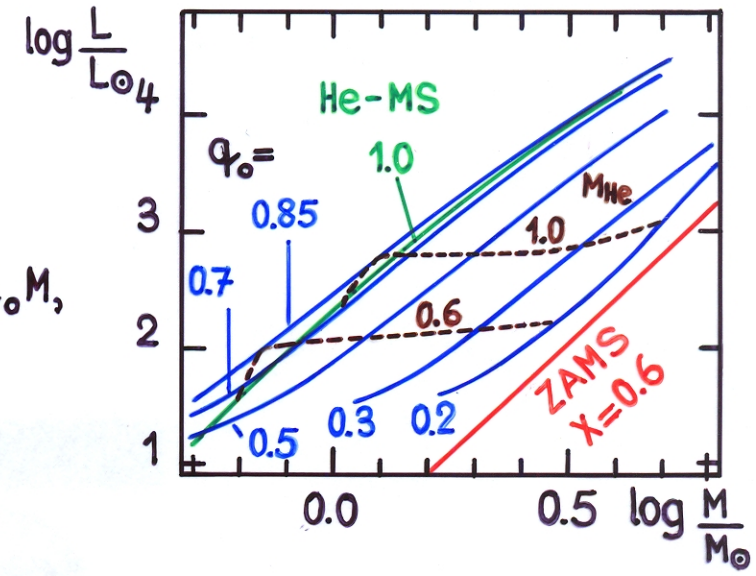


Das M-L-Diagramm

▶ für $q_0 \lesssim 0.85$: L wächst monoton mit q_0

für $q_0 \lesssim 0.85$: L hängt in 1. Näherung nur von $M_c = M_{He} = q_0 M$, und praktisch nicht von M ab

→ ∃ Kernmasse-Leuchtkraft-Beziehung

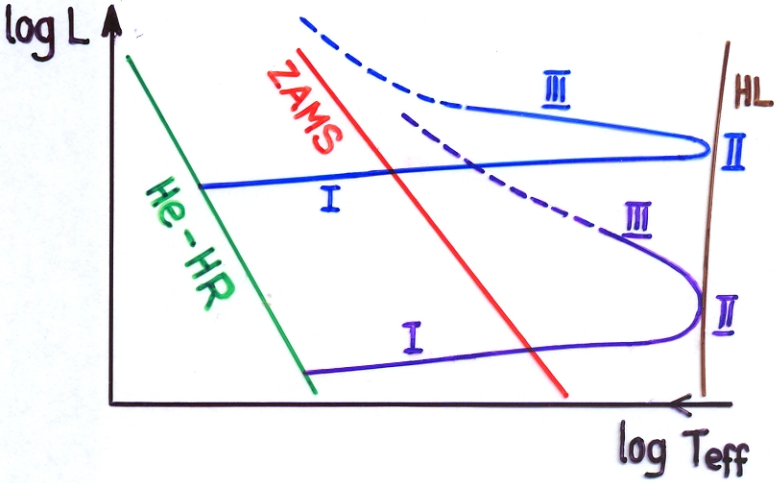


c) $M_c = q_0 M = \text{const.}$, M variabel

I : $M - M_c \ll M_c$, $q_0 \approx 1$,
für $q_0 \to 1$ Modelle → He-HR

II : $M - M_c \approx M_c$, $q_0 \approx 1/2$
Modelle an der HL für $0.3 \lesssim q_0 \lesssim 0.7$

III : $M - M_c > M_c$, $q_0 < 0.3$,
für $M \gg M_c$, d.h. $q_0 \ll 1$
Modelle → ZAMS



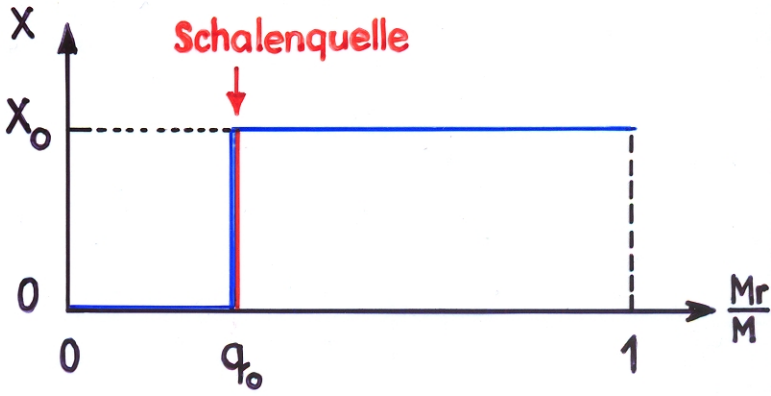
26.3. VH von Sternen ohne zentrales Brennen

Gleichgewichtsmodelle ohne zentrales Brennen : → Energieerzeugung nur in einer oder mehreren Schalenquelle(n).

Wenn ε_ν vernachlässigbar, dann ist im Kern $L_r = 0$, d.h. $dT/dr = 0$
→ Sterne mit isothermem Kern

Betrachten wieder nur den einfachsten Fall : Modelle mit einem Stufenprofil für $X(M_r)$

$$X(M_r/M) = \begin{cases} 0 & \text{für } M_r/M < q_0 \\ X_0 & \text{für } q_0 < M_r/M \leq 1 \end{cases}$$



Müssen 2 Typen von Modellen unterscheiden:

Modelle mit nicht-entartetem Zentralgebiet und Modelle mit entartetem Zentralgebiet:

a) VH mit nicht-entartetem Kern (aus Helium)

▶ Gleichgewichtsmodelle gibt es nur für $q_0 < q_{sc}$, d.h. bis zur Schönberg-Chandrasekhar-Grenze (→ Abschnitt 22.2)

q_{sc} hängt vom Verlauf der chem. Zusammensetzung, vor allem im Bereich der Schalenquelle, ab. Für ein Stufenprofil ist

$$q_{sc} \approx 0.37 \left(\frac{\mu_H}{\mu_K}\right)^2 \quad , \quad \mu_H = \text{Molekulargewicht der Hülle}, \quad \mu_K = \text{Molekulargewicht des Kerns}$$

Für $X_0 = 0.7$, $Z = 0.02$ wird $\mu_H = 0.617$; für $Y = 0.98$, $Z = 0.02$ wird $\mu_K \cong 4/3$. → $q_{sc} \approx 0.079$

▶ ∃ keine Gleichgewichtsmodelle für $M_{He} = q_0 M \gtrsim 1.1\, M_\odot$, da bei einem isothermen He-Kern mit $M_{He} \gtrsim 1.1\, M_\odot$ die Temperatur grösser ist als die Zündtemperatur für He-Brennen. → $M \lesssim 1.1\, M_\odot q_{sc}^{-1} \approx 14\, M_\odot$

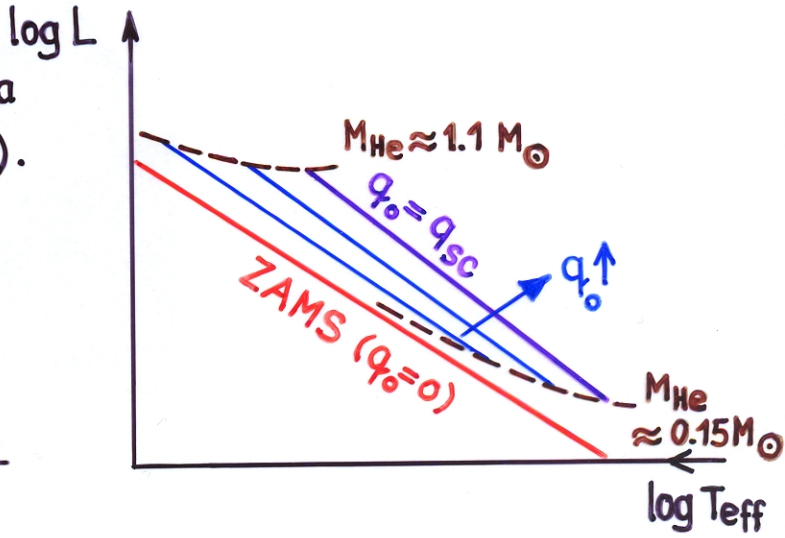
▶ Entartung dominiert für $M_{He} \lesssim 0.15\, M_\odot$ → $M \gtrsim 0.15\, M_\odot q_{sc}^{-1} \approx 2\, M_\odot$

▶ VH mit isothermem He-Kern und $q_0 = \text{const.}$ liegen im HRD etwa parallel zur HR (und rechts davon).

Einschränkungen des Parameterbereichs:

1.) $q_0 < q_{sc}$

2.) $\frac{0.15 M_\odot}{q_0} \lesssim M \lesssim \frac{1.1 M_\odot}{q_0}$



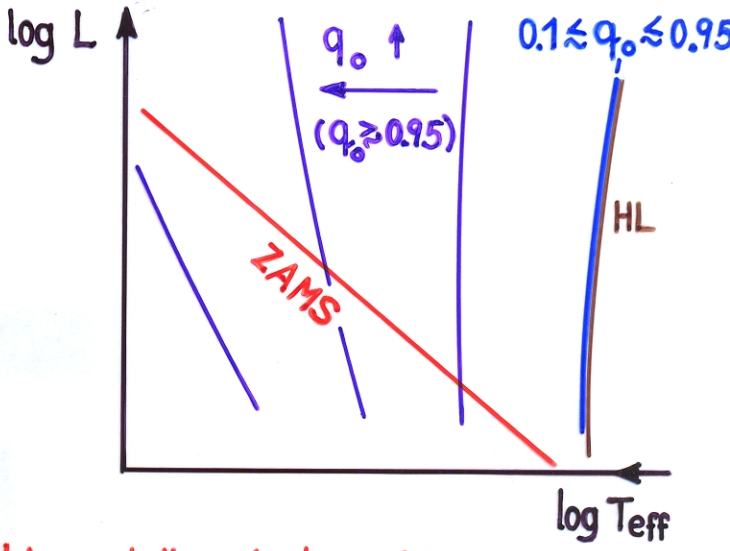
b) VH mit einem entarteten Kern

▶ Modelle entsprechen Sternen auf dem 1. Riesenast (nur H-Schalenquelle) oder auf dem AGB (H- und He-Schalenquelle)

▶ Erwarten, dass diese Modelle an der HL liegen (wo sich die entspr. Entwicklungsmodelle befinden). Numerische Rechnungen bestätigen dies weitgehend:

Modelle mit $0.1 \lesssim q_0 \lesssim 0.95$ liegen an der HL

Modelle mit $0.95 \lesssim q_0 < 1$ haben eine nur dünne Wasserstoffhülle. VH mit $q_0 = \text{const.}$ liegen ~ parallel zur und links von der HL, wobei $\partial T_{eff} / \partial q_0 > 0$



▶ Für $q_0 = 1$ gibt es keine Gleichgewichtsmodelle (schon für $M_H = (1-q_0)M \lesssim 10^{-3} M_\odot$ erlischt die H-Schalenquelle)

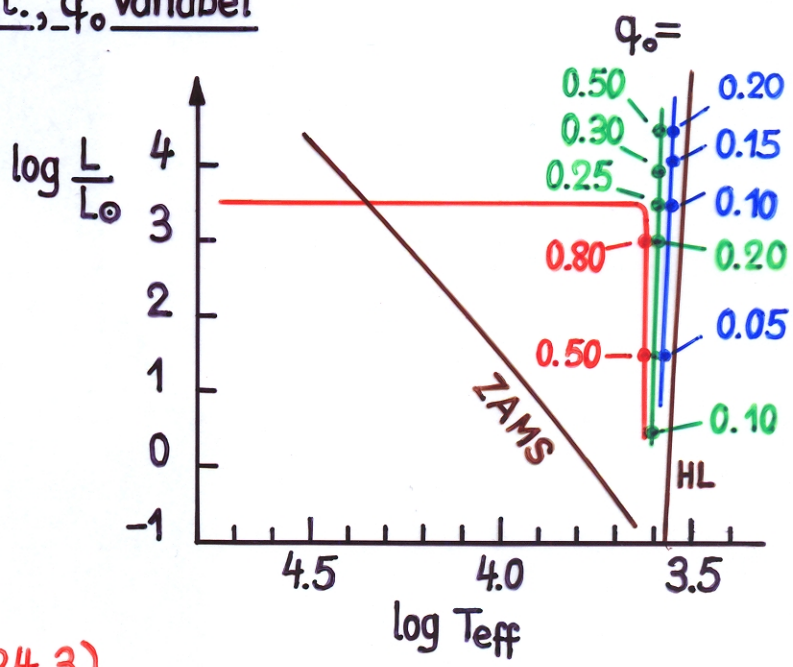
Modelle mit $q_0 \lesssim 0.1$ liegen in der Nähe der HR und zwar umso näher, je kleiner q_0

Betrachten nun <u>VH mit M=const., q_0 variabel</u>

— $M = 0.5\ M_\odot$

— $M = 2.0\ M_\odot$

— $M = 5.0\ M_\odot$



▶ Modelle mit gleichem $M_c = q_0 M$ an der HL oder mit $q_0 \gtrsim 0.95$ haben die gleiche Leuchtkraft

→ Kernmasse-Leuchtkraft-Beziehung (→ Abschnitt 24.3)

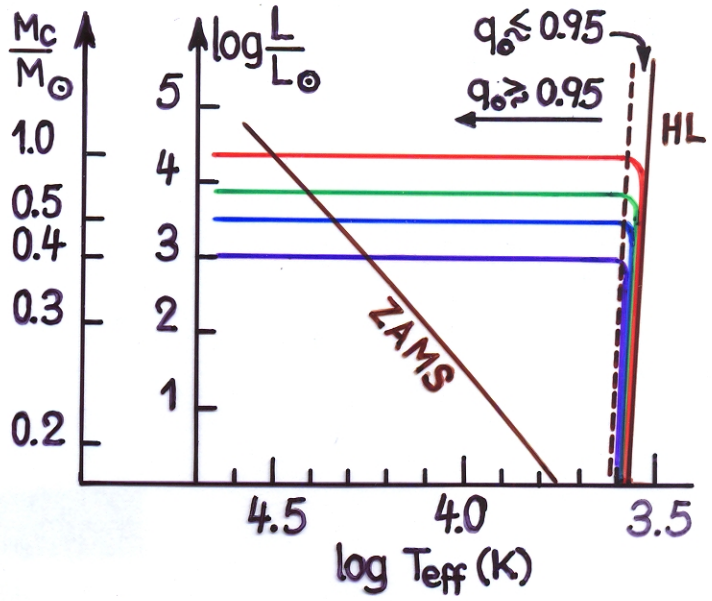
Betrachten daher jetzt <u>VH mit gegebenem M und variablem M_c</u>:

— $M = 1 M_\odot$

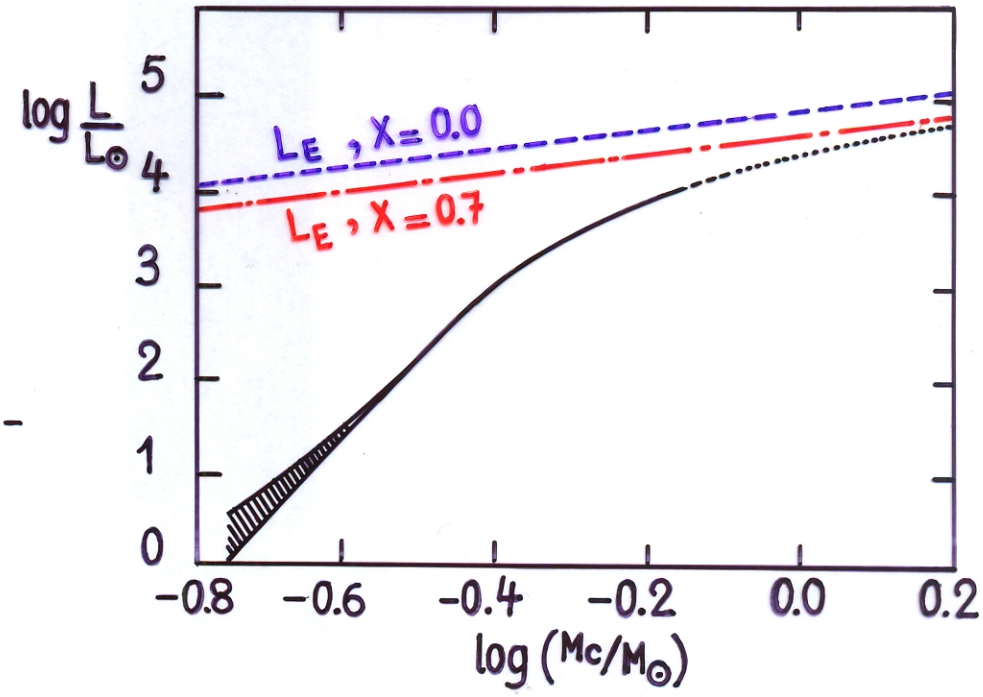
— $M = 0.6 M_\odot$

— $M = 0.5 M_\odot$

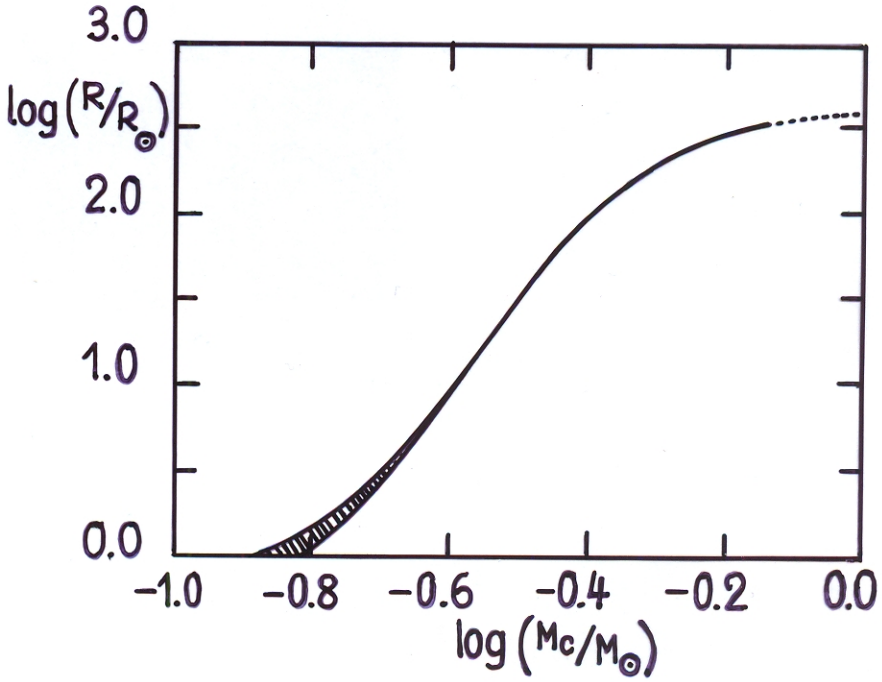
— $M = 0.4 M_\odot$



▶ Für Modelle, die an der HL stehen gibt es nicht nur eine Kernmasse-Leuchtkraft-Beziehung, sondern auch eine Kernmasse-Radius-Beziehung



Kernmasse-Leuchtkraft-Beziehung (nach A. Weiss, Diplomarbeit, München, 1983)



Kernmasse-Radius-Beziehung (nach A. Weiss, Diplomarbeit, München, 1983)